

トルク比一定の歯車に関する研究 (第2報)

久野 精市郎

Study on the Tooth Profile of Constant Torque Ratio. (2nd Report)

Seiichiro KUNO

Operating equations of a pair of gears kept up a transmitting constant torque have been given by several coordinates. Namely, they are shown in the cases that a path of contact is expressed by a polar coordinate and the tooth profiles are expressed by using tangential, tangential polar and rectangular coordinates respectively.

There, as a path of contact is a straight line, a tooth profile and a transmitted rotating error are calculated by using the tangential polar coordinate. As a part of those, there are shown, when $\lambda=12.5^\circ$; $k=1.02, 1.04, 1.06$; $i=1, 2, 4, 6, 8, 10$; $R_2=ikR_1$.

where λ : friction angle i : gear ratio k : coefficient

R_1 : radius of torque circle of follower

R_2 : radius of torque circle of driver

Thus, the usefulness of those tooth profiles are considered from the relationship between the error of transmitted rotating angle and the minimum number of gear teeth.

1. 緒言

トルク比一定の歯車の嚙合関係式は、接触点の軌跡が極座標、歯形の式が接線座標⁽¹⁾⁽²⁾、接線極座標⁽³⁾⁽⁴⁾、直交座標⁽⁵⁾、の場合について与えられている。ここでは接触点の軌跡にある直線を与えた場合のトルク比一定の歯形を接線極座標の式を使って実際に計算した。

歯車のトルク円半径をそれぞれ R_2, R_1 、増速比を i とすると回転角伝達誤差の関係からトルク比一定の歯車では $R_2=ikR_1$ 、(k は 1 に近い定数) となる。そこでここではその一部として摩擦角 $\lambda=12.5^\circ$ 、 $k=1.02, 1.04, 1.06$ の場合について計算し、それらの影響と歯形、伝達誤差、最小歯数等の関係を調べた。

2. 計算式及条件

接触点の軌跡をトルク点を極とする極座標で、歯形の式を $0_1, 0_2$ をそれぞれ極とする接線極座標で表した場合の嚙合関係式⁽³⁾ に於て $\theta=\theta_{01}$ (近寄り側), θ_{02} (遠のき側), とすると次の式が導ける。

0₁ 歯車

$$\text{歯先} \begin{cases} \frac{dP_1}{d\alpha_1} = R_1 \frac{\sin\theta_{01}}{\cos\lambda} + P_1 \tan\lambda \\ \alpha_1 - \alpha_0 = \cot\lambda \log \frac{P_1 \sin\lambda + R_1 \sin\theta_{01}}{R_1 \sin\alpha_0 \sin\lambda + R_1 \sin\theta_{01}} \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{歯元} \begin{cases} \frac{dP_1}{d\alpha_1} = R_1 \frac{\sin\theta_{02}}{\cos\lambda} - P_1 \tan\lambda \\ \alpha_0 - \alpha_1 = \cot\lambda \log \frac{R_1 \sin\theta_{02} - P_1 \sin\lambda}{R_1 \sin\theta_{02} - R_1 \sin\alpha_0 \sin\lambda} \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

0₂ 歯車

$$\text{歯先} \begin{cases} \frac{dP_2}{d\alpha_2} = R_2 \frac{\sin\theta_{02}}{\cos\lambda} - P_2 \tan\lambda \\ \alpha_2 - \alpha_0 = \cot\lambda \log \frac{R_2 \sin\theta_{02} - R_2 \sin\alpha_0 \sin\lambda}{R_2 \sin\theta_{02} - P_2 \sin\lambda} \end{cases} \dots\dots\dots(3)$$

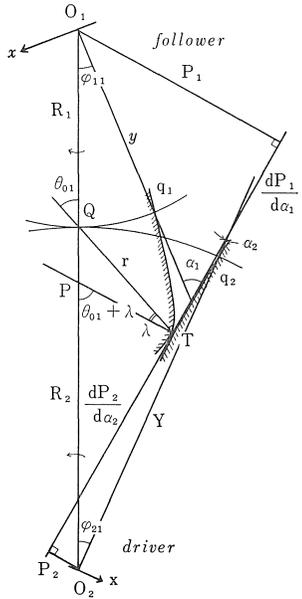
$$\text{歯元} \begin{cases} \frac{dP_2}{d\alpha_2} = R_2 \frac{\sin\theta_{01}}{\cos\lambda} + P_2 \tan\lambda \\ \alpha_0 - \alpha_2 = \cot\lambda \log \frac{R_2 \sin\alpha_0 \sin\lambda + R_2 \sin\theta_{01}}{P_2 \sin\lambda + R_2 \sin\theta_{01}} \end{cases} \dots\dots\dots(4)$$

ただし α_0 はそれぞれ点 Q における歯形の傾き角である。此らの式に α_1, α_2 を与えて P_1, P_2 ; $\frac{dP_1}{d\alpha_1}$,

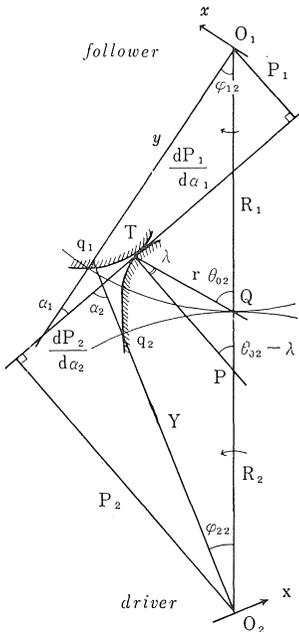
$\frac{dP_2}{d\alpha_2}$ を求めこれを次式に代入して歯形を求めた.

$$0_1 \text{ 歯車} \begin{cases} x = -P_1 \cos \alpha_1 + \frac{dP_1}{d\alpha_1} \sin \alpha_1 \\ y = P_1 \sin \alpha_1 + \frac{dP_1}{d\alpha_1} \cos \alpha_1 \end{cases} \dots\dots\dots(5)$$

$$0_2 \text{ 歯車} \begin{cases} X = -P_2 \cos \alpha_2 + \frac{dP_2}{d\alpha_2} \sin \alpha_2 \\ Y = P_2 \sin \alpha_2 + \frac{dP_2}{d\alpha_2} \cos \alpha_2 \end{cases} \dots\dots\dots(6)$$



第1図 近寄り側



第2図 遠のき側

また摩擦角 λ , θ_{01} , θ_{02} , α_0 には次の関係がある⁽⁵⁾.

$$\frac{\pi}{2} - 2\lambda \geq \theta_{01} \geq \frac{\pi}{2} - \lambda - \alpha_{0max}$$

$$\frac{\pi}{2} \geq \theta_{02} \geq \frac{\pi}{2} + \lambda - \alpha_{0max}$$

従って接触点の軌跡が直線の場合、遠のき側の式では特に α_0 は小さくはとりにくい。特に $\alpha_0 = \lambda$ の時、 0_1 の歯元、 0_2 の歯先はなくなる。

ここで計算する条件は次のようにきめた。

$$\lambda = 12.5^\circ \quad R_1 = 1 \quad R_2 = 1.02iR_1, 1.04iR_1, 1.06iR_1$$

$$i = 1, 2, 4, 6, 8, 10$$

$$\alpha_0 = 35^\circ \quad (\theta_{01} = 42.5^\circ, \theta_{02} = 67.5^\circ, \varphi_{12max} = 22.5^\circ)$$

$$30^\circ \quad (\theta_{01} = 47.5^\circ, \theta_{02} = 72.5^\circ, \varphi_{12max} = 17.5^\circ)$$

$$25^\circ \quad (\theta_{01} = 52.5^\circ, \theta_{02} = 77.5^\circ, \varphi_{12max} = 12.5^\circ)$$

φ_{12max} : 1 歯のかみあいにおける 0_1 歯車の遠のき側の最大回転角

次に 0_1 , 0_2 歯車の回転角を φ_1 , φ_2 ; 回転角伝達誤差を ε とすると次の関係がある⁽³⁾.

$$\text{近寄り側} \begin{cases} \varphi_{11} = (\theta_{01} + \lambda + \alpha_1) - \frac{\pi}{2} \\ \varphi_{21} = \frac{\pi}{2} - (\theta_{01} + \lambda + \alpha_2) \end{cases}$$

$$\varepsilon = \varphi_{11} - \frac{\varphi_{21}}{i} \dots\dots\dots(7)$$

$$\text{遠のき側} \begin{cases} \varphi_{12} = \frac{\pi}{2} - (\theta_{02} - \lambda + \alpha_1) \\ \varphi_{22} = (\theta_{02} - \lambda + \alpha_2) - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\varepsilon = \frac{\varphi_{22}}{i} - \varphi_{12} \dots\dots\dots(8)$$

また P_1, P_2 関係は

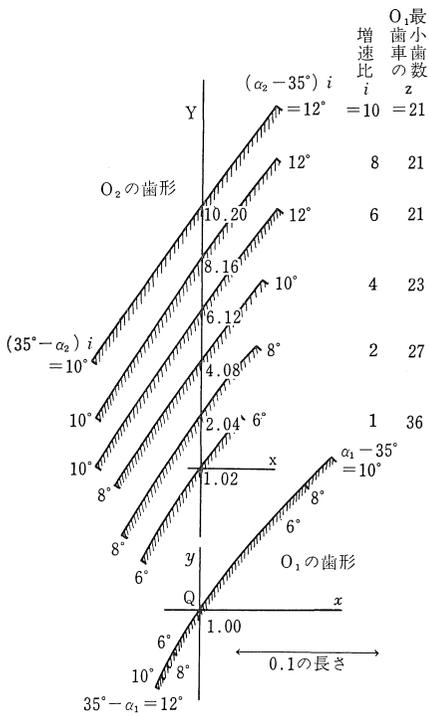
$$\left. \begin{aligned} \text{近寄り側} \quad (R_1 + R_2) \cos(\theta_{01} + \lambda) &= P_1 + P_2 \\ \text{遠のき側} \quad (R_1 + R_2) \cos(\theta_{02} - \lambda) &= P_1 + P_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(9)$$

すなわち近寄り側では α_1 を与えて(7)より φ_{11} , (1)より P_1 を求める。次に(9)より P_2 , (4)より α_2 を求めると(7)より同じ噛合点における φ_{21} の値が求められ、これから回転角伝達誤差 ε がわかる。遠のき側でも同様にして求められる。

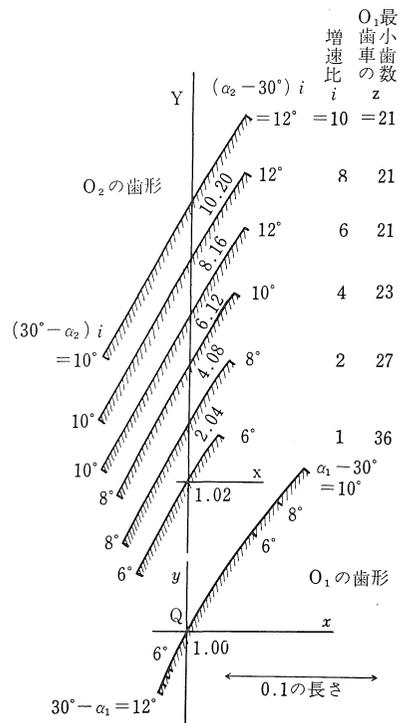
3. 計算結果

第4表 O_2 歯車の歯形 ($R_2=1.02i$, $\alpha_0=25^\circ$)

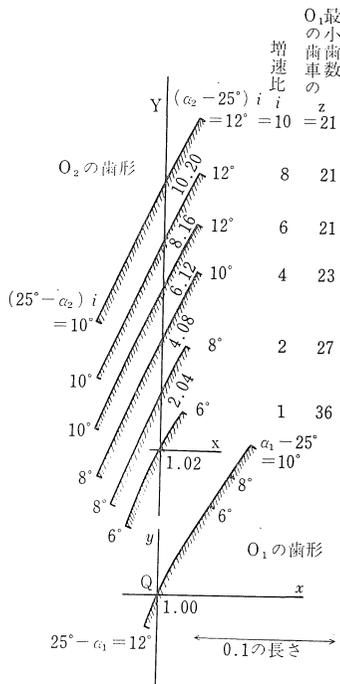
かみあい	$(\alpha_2-25^\circ)i$	$i=1$		$i=2$		$i=4$		$i=6$		$i=8$		$i=10$	
		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
遠のき(歯先)	2°	0.0037	1.0276	0.0035	2.0474	0.0034	4.0873	0.0034	6.1272	0.0034	8.1672	0.0034	10.2072
	4°	0.0083	1.0361	0.0074	2.0552	0.0071	4.0948	0.0069	6.1346	0.0069	8.1745	0.0068	10.2145
	6°	0.0137	1.0455	0.0118	2.0635	0.0109	4.1025	0.0106	6.1422	0.0104	8.1820	0.0103	10.2219
	8°	0.0200	1.0557	0.0165	2.0723	0.0149	4.1105	0.0144	6.1499	0.0141	8.1896	0.0139	10.2294
	10°	0.0274	1.0665	0.0217	2.0815	0.0191	4.1187	0.0183	6.1577	0.0179	8.1972	0.0176	10.2370
	12°	0.0357	1.0781	0.0273	2.0910	0.0235	4.1271	0.0223	6.1657	0.0217	8.2050	0.0214	10.2446
	$(25^\circ-\alpha_2)i$	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
近寄り(歯元)	2°	-0.0088	1.0003	-0.0091	2.0201	-0.0092	4.0600	-0.0093	6.0999	-0.0093	8.1399	-0.0093	10.1799
	4°	-0.0165	0.9813	-0.0176	2.0005	-0.0182	4.0401	-0.0184	6.0800	-0.0185	8.1199	-0.0185	10.1599
	6°	-0.0230	0.9632	-0.0255	1.9814	-0.0268	4.0205	-0.0273	6.0602	-0.0275	8.1001	-0.0276	10.1400
	8°	-0.0287	0.9460	-0.0329	1.9626	-0.0352	4.0010	-0.0359	6.0405	-0.0363	8.0803	-0.0366	10.1201
	10°	-0.0333	0.9297	-0.0398	1.9443	-0.0432	3.9818	-0.0444	6.0210	-0.0451	8.0606	-0.0454	10.1003



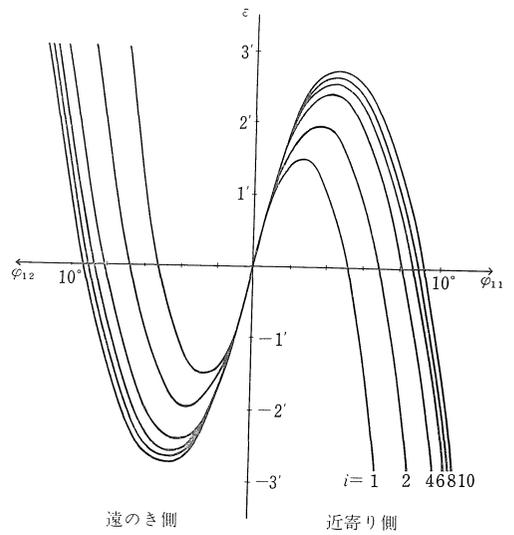
第3図 歯形 ($R_2=1.02i$, $\alpha_0=35^\circ$)



第4図 歯形 ($R_2=1.02i$, $\alpha_0=30^\circ$)



第5図 歯形 (\$R_2 = 1.02i\$)



第6図 回転角伝達誤差 (\$R_2 = 1.02i\$)

第5表 \$O_1\$ 歯車の歯形と回転角伝達誤差 (\$R_2 = 1.04i\$)

かみあい	$\alpha_1 - \alpha_0$	$\alpha_0 = 35^\circ$		$\alpha_0 = 30^\circ$		誤差 ϵ ($R_2 = 1.04i$)						ϵ ($R_2 = 1.06i$)
		x	y	x	y	$i=1$	$i=2$	$i=4$	$i=6$	$i=8$	$i=10$	
近寄り (歯先)	2°	0.0158	1.0217	0.0127	1.0212	0.03.43''	0.03.57''	0.04.03''	0.04.05''	0.04.06''	0.04.07''	0.05.56''
	4°	0.0330	1.0438	0.0268	1.0428	0.05.40	0.06.33	0.06.59	0.07.08	0.07.13	0.07.15	0.10.07
	6°	0.0517	1.0660	0.0423	1.0649	0.05.46	0.07.48	0.08.48	0.09.08	0.09.18	0.09.24	0.12.32
	8°	0.0718	1.0883	0.0592	1.0873	0.04.00	0.07.39	0.09.27	0.10.03	0.10.21	0.10.32	0.13.07
	10°	0.0934	1.1107	0.0776	1.1100	0.00.19	0.06.07	0.08.57	0.09.54	0.10.22	0.10.39	0.11.51
	12°	0.1166	1.1331	0.0975	1.1330	-0.05.20	0.03.08	0.07.17	0.08.39	0.09.20	0.09.44	0.08.40
	14°	0.1414	1.1554	0.1190	1.1560	-0.13.00	-0.01.16	0.04.25	0.06.18	0.07.14	0.07.48	0.03.31
	16°	0.1678	1.1776	—	—	-0.22.44	-0.07.10	0.00.21	0.02.50	0.04.04	0.04.48	-0.03.36
	18°	0.1958	1.1995	—	—	-0.34.35	-0.14.34	-0.04.54	-0.01.44	-0.00.10	0.00.46	-0.12.48
遠のき (歯元)	$\alpha_0 - \alpha_1$	x	y	x	y	$i=1$	$i=2$	$i=4$	$i=6$	$i=8$	$i=10$	$i=1$
	2°	-0.0074	0.9891	-0.0049	0.9911	-0.03.43''	-0.03.57''	-0.04.03''	-0.04.05''	-0.04.06''	-0.04.07''	-0.05.56''
	4°	-0.0138	0.9788	-0.0091	0.9830	-0.05.40	-0.06.33	-0.06.59	-0.07.08	-0.07.13	-0.07.15	-0.10.07
	6°	-0.0193	0.9693	-0.0124	0.9758	-0.05.46	-0.07.48	-0.08.48	-0.09.08	-0.09.18	-0.09.24	-0.12.32
	8°	-0.0240	0.9605	-0.0151	0.9695	-0.04.00	-0.07.39	-0.09.27	-0.10.03	-0.10.21	-0.10.32	-0.13.07
	10°	-0.0279	0.9525	-0.0171	0.9642	-0.00.19	-0.06.07	-0.08.57	-0.09.54	-0.10.22	-0.10.39	-0.11.51
	12°	-0.0311	0.9454	-0.0186	0.9599	0.05.20	-0.03.08	-0.07.17	-0.08.39	-0.09.20	-0.09.44	-0.08.40
	14°	-0.0336	0.9392	-0.0196	0.9567	0.13.00	0.01.16	-0.04.25	-0.06.18	-0.07.14	-0.07.48	-0.03.31
	16°	-0.0355	0.9339	-0.0202	0.9546	0.22.44	0.07.10	-0.00.21	-0.02.50	-0.04.04	-0.04.48	0.03.36
	18°	-0.0369	0.9296	-0.0204	0.9536	0.34.35	0.14.34	0.04.54	0.01.44	0.00.10	-0.00.46	0.12.48
20°	-0.0378	0.9264	—	—	0.48.36	0.23.29	0.11.25	0.07.28	0.05.30	0.04.19	0.24.05	
22°	-0.0383	0.9242	—	—	1.04.51	0.33.56	0.19.10	0.14.20	0.11.56	0.10.30	0.37.32	

第6表 0_2 歯車の歯形 ($R_2=1.04i$, $\alpha_0=35^\circ$)

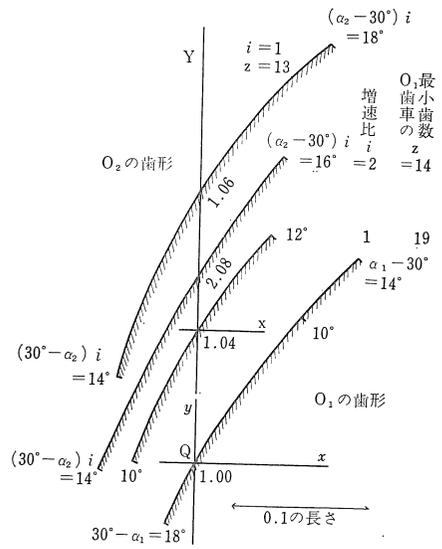
かみあい	$(\alpha_2-35^\circ)i$	$i=1$		$i=2$		$i=4$		$i=6$		$i=8$		$i=10$	
		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
遠のき (歯先)	2°	0.0087	1.0519	0.0084	2.0918	0.0083	4.1717	0.0082	6.2517	0.0082	8.3317	0.0082	10.4117
	4°	0.0184	1.0644	0.0174	2.1039	0.0168	4.1836	0.0167	6.2635	0.0166	8.3435	0.0165	10.4234
	6°	0.0293	1.0774	0.0269	2.1163	0.0257	4.1956	0.0253	6.2754	0.0251	8.3553	0.0250	10.4352
	8°	0.0414	1.0908	0.0369	2.1289	0.0347	4.2078	0.0340	6.2874	0.0337	8.3672	0.0335	10.4471
	10°	0.0546	1.1045	0.0475	2.1417	0.0441	4.2201	0.0430	6.2995	0.0424	8.3792	0.0421	10.4590
	12°	0.0691	1.1184	0.0587	2.1548	0.0537	4.2325	0.0521	6.3117	0.0513	8.3913	0.0508	10.4710
	14°	0.0848	1.1326	0.0704	2.1681	0.0636	4.2451	0.0614	6.3240	0.0603	8.4034	0.0597	10.4830
	16°	0.1017	1.1468	0.0827	2.1815	0.0738	4.2578	0.0709	6.3363	0.0695	8.4156	0.0686	10.4951
	18°	0.1200	1.1611	0.0957	2.1952	0.0842	4.2706	0.0806	6.3488	0.0788	8.4279	0.0777	10.5073
	20°	0.1396	1.1753	0.1092	2.2089	0.0950	4.2835	0.0904	6.3613	0.0882	8.4402	0.0869	10.5195
	22°	0.1605	1.1894	0.1233	2.2228	0.1060	4.2965	0.1005	6.3739	0.0977	8.4526	0.0961	10.5317
	$(35^\circ-\alpha_2)i$	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
近寄り (歯元)	2°	-0.0150	1.0177	-0.0154	2.0576	-0.0155	4.1376	-0.0156	6.2176	-0.0156	8.2976	-0.0157	10.3776
	4°	-0.0287	0.9959	-0.0301	2.0355	-0.0307	4.1153	-0.0310	6.1952	-0.0311	8.2752	-0.0312	10.3552
	6°	-0.0411	0.9745	-0.0441	2.0135	-0.0456	4.0930	-0.0461	6.1729	-0.0464	8.2528	-0.0465	10.3328
	8°	-0.0522	0.9536	-0.0574	1.9917	-0.0601	4.0709	-0.0610	6.1506	-0.0615	8.2305	-0.0618	10.3105
	10°	-0.0621	0.9333	-0.0701	1.9702	-0.0743	4.0489	-0.0757	6.1285	-0.0764	8.2083	-0.0769	10.2882
	12°	-0.0708	0.9136	-0.0821	1.9489	-0.0881	4.0269	-0.0902	6.1064	-0.0912	8.1861	-0.0918	10.2659
	14°	-0.0785	0.8946	-0.0935	1.9279	-0.1016	4.0051	-0.1044	6.0843	-0.1058	8.1639	-0.1066	10.2437
	16°	-0.0852	0.8763	-0.1043	1.9071	-0.1148	3.9834	-0.1184	6.0623	-0.1202	8.1418	-0.1213	10.2215
	18°	-0.0909	0.8587	-0.1145	1.8867	-0.1276	3.9618	-0.1322	6.0404	-0.1345	8.1197	-0.1359	10.1994

第7表 0_2 歯車の歯形 ($R_2=1.04i$, $\alpha_0=30^\circ, 25^\circ$)

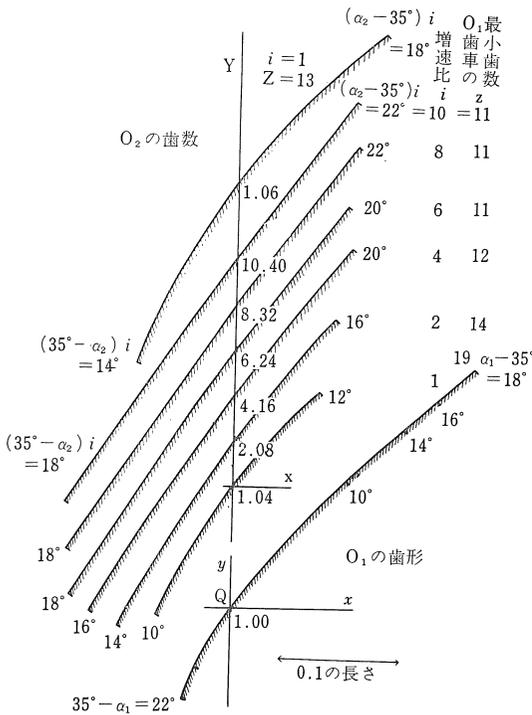
かみあい	$(\alpha_2-30^\circ)i$	$i=1$		$i=2$		$(\alpha_2-25^\circ)i$	$i=1$	
		X	Y	X	Y		X	Y
遠のき (歯先)	2°	0.0061	1.0501	0.0058	2.0899	2°	0.0038	1.0478
	4°	0.0131	1.0609	0.0121	2.1001	4°	0.0084	1.0565
	6°	0.0211	1.0724	0.0189	2.1108	6°	0.0139	1.0660
	8°	0.0303	1.0845	0.0262	2.1218	8°	0.0204	1.0764
	10°	0.0405	1.0971	0.0340	2.1331	10°	0.0279	1.0874
	12°	0.0519	1.1102	0.0423	2.1448	12°	0.0364	1.0992
	14°	0.0645	1.1238	0.0511	2.1567	14°	0.0461	1.1115
	16°	0.0784	1.1376	0.0605	2.1690	—	—	—
18°	0.0935	1.1517	0.0705	2.1815	—	—	—	
	$(30^\circ-\alpha_2)i$	X	Y	X	Y	$(25^\circ-\alpha_2)i$	X	Y
近寄り (歯元)	2°	-0.0119	1.0185	-0.0122	2.0584	2°	-0.0089	1.0199
	4°	-0.0225	0.9977	-0.0238	2.0371	4°	-0.0167	1.0005
	6°	-0.0319	0.9775	-0.0347	2.0161	6°	-0.0235	0.9821
	8°	-0.0402	0.9580	-0.0451	1.9954	8°	-0.0292	0.9645
	10°	-0.0474	0.9393	-0.0548	1.9750	10°	-0.0340	0.9479
	12°	-0.0536	0.9215	-0.0639	1.9550	12°	-0.0379	0.9322
14°	-0.0588	0.9044	-0.0724	1.9354	14°	-0.0410	0.9175	

第8表 O_2 歯車の歯形 ($R_2=1.06i$)

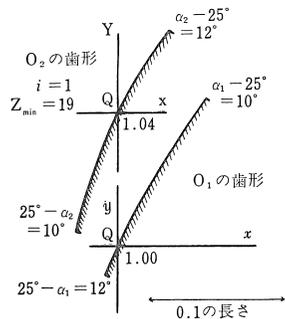
かみあい	$(\alpha_2 - 35^\circ)i$	$i=1$		$(\alpha_2 - 30^\circ)i$	$i=1$	
		X	Y		X	Y
遠のき(歯先)	2°	0.0089	1.0722	2°	0.0062	1.0703
	4°	0.0188	1.0849	4°	0.0133	1.0813
	6°	0.0299	1.0981	6°	0.0215	1.0930
	8°	0.0422	1.1117	8°	0.0308	1.1053
	10°	0.0557	1.1257	10°	0.0413	1.1182
	12°	0.0704	1.1399	12°	0.0529	1.1316
	14°	0.0864	1.1543	14°	0.0658	1.1454
	16°	0.1037	1.1689	16°	0.0799	1.1595
	18°	0.1223	1.1834	18°	0.0953	1.1738
近寄り(歯元)	$(35^\circ - \alpha_2)i$	X	Y	$(30^\circ - \alpha_2)i$	X	Y
	2°	-0.0153	1.0373	2°	-0.0121	1.0381
	4°	-0.0292	1.0150	4°	-0.0230	1.0169
	6°	-0.0418	0.9932	6°	-0.0326	0.9963
	8°	-0.0532	0.9719	8°	-0.0410	0.9765
	10°	-0.0633	0.9512	10°	-0.0483	0.9574
	12°	-0.0722	0.9311	12°	-0.0546	0.9392
	14°	-0.0800	0.9118	14°	-0.0599	0.9218



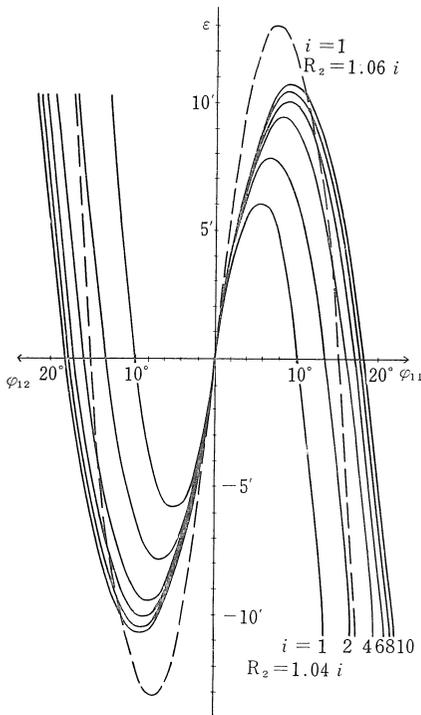
第8図 歯形 ($R_2=1.04i, 1.06i$)
 $\alpha_0=30^\circ$



第7図 歯形 ($R_2=1.04i, 1.60i$)
 $\alpha_0=35^\circ$



第9図 歯形 ($R_2=1.04i$)
 $\alpha_0=25^\circ$



第10図 回転角伝達誤差 ($R_2=1.04i, 1.06i$)

- (1) 0_1 歯車の歯形は α_0, α_1 に関して変化し $R_2=kiR_1$ の k 及 i の値には影響なく、同じ歯形である。ただし同じ α_0 に対して k 又は i が大きくなると 0_1 の歯形の噛合範囲は長くなり、従って 0_2 の歯形も大きくなる。
- (2) α_1, α_2 は 2° おきにとった。第3図の $\varphi_{11}=\alpha_1-35^\circ, \varphi_{21}=35^\circ-\alpha_2$ は $0_1, 0_2$ 歯車の近寄り側の回転角； $\varphi_{12}=35^\circ-\alpha_1, \varphi_{22}=\alpha_2-35^\circ$ は $0_1, 0_2$ の遠のき側の回転角である。又図のその部分に示した角度は、噛合限界点における 0_1 歯車の回転角に相当する。(ただし 2° の中間の場合は切上げて 2° にしてある) 図4, 5, 7, 8も同様である。
- (3) 回転角誤差曲線は $R_2=kiR_1$ の k 及 i の値によって変化し、 α_0 には影響ない。又近寄り側と遠のき側では正負が逆(すすみおくれが逆)になるのみで曲線

は点Qに対して対称である。第6, 9図に示すように k 及 i が大きくなる程曲線は広がってくる。

- (4) $k=1$ の場合、すなわち $R_2=iR_1$ の時は回転角誤差は近寄り側では正のみで回転と共に大きくなり、遠のき側では負のみで次第に小さくなる。従って次の歯との誤差曲線に段差ができ、回転が円滑でなくなる。
- (5) 回転角誤差曲線が次の歯の曲線と無理なく繋がるという条件で最小歯数を求め各図に記入した。 $R_2=1.02i$ の場合には曲線の波が小さいために最小歯数が多くなった。又 $\alpha_0=35^\circ, 30^\circ, 25^\circ$ では k 及 i が同じ値なら誤差曲線は同じになるので最小歯数も変わらない。
- (6) $\alpha_0=35^\circ, 30^\circ, 25^\circ$ の場合、遠のき側接触点の軌跡は 0_10_2 とそれぞれ $\theta_{02}=67.5^\circ, 72.5^\circ, 77.5^\circ$ をなくしており従って 0_1 歯車の遠のき側回転角の限界はそれぞれ $\varphi_{12}=22.5^\circ, 17.5^\circ, 12.5^\circ$ となる。 k 及 i の値が大きくなると誤差曲線は広がってくるので最小歯数も少くなるが φ_{12} との関係から制限を受ける。

$R_2=1.04iR_1$ では； $\alpha_0=35^\circ(\varphi_{12}=22.5^\circ)$ の場合はこの影響が全然なく、従って $i=1\sim 10$ までよく； $\alpha_0=30^\circ(\varphi_{12}=17.5^\circ)$ では $i=1, 2$ の場合のみが； $\alpha_0=25^\circ(\varphi_{12}=12.5^\circ)$ では $i=1$ の場合のみが実用になる。又 $R_2=1.06iR_1$ では $\alpha_0=35^\circ, 30^\circ$ の場合とも $i=1$ だけが可能であり、 $\alpha_0=25^\circ$ では全く実用にならない。

- (7) ここに計算した歯形は $R_1=1$ の場合であるが、 R_1 をいくらにとっても $R_2=kiR_1$ から R_2 を決めればこれらの関係は同様に成立つ。ただここでは一歯の噛合中に摩擦角 λ は一定であるとした。又片歯面の計算のみを行ったが反対側の歯形も同じ値となる。ただし駆動、従動が逆になった場合は当然トルク比一定の条件はなくなる。

4. 結 言

- (1) トルク比一定の条件で接触点の軌跡を直線とした場合の1部として摩擦角 $\lambda=12.5^\circ, R_1=1, R_2=kiR_1$ で定数 k 、増速比 i を変えた場合の歯形及回転角伝達誤差を接線極座標を使って計算した。これらの条件の中で実用になると思われるものを○印で、ならないと思われるものを×印で示すと次のようになる。

i	R ₂			α ₀	R ₂			α ₀	R ₂			α ₀
	1.02i	1.04i	1.06i		1.02i	1.04i	1.06i		1.02i	1.04i	1.06i	
1	○	○	○	θ ₀₁ =42.5° θ ₀₂ =67.5° φ _{12max} =22.5°	○	○	○	θ ₀₁ =47.5° θ ₀₂ =72.5° φ _{12max} =17.5°	○	○	×	θ ₀₁ =52.5° θ ₀₂ =77.5° φ _{12max} =12.5°
2	○	○	×		○	○	×		○	×	×	
4	○	○	×		○	×	×		○	×	×	
6	○	○	×	○	×	×	○	×	×			
8	○	○	×	○	×	×	○	×	×			
10	○	○	×	○	×	×	○	×	×			

- (2) 0_1 歯車の歯形は k 及 i には関係なく、 α_0 (点 Q における歯形の $0_1 0_2$ に対する傾き角) のみに影響する。又 0_2 歯車の歯形は k, i 及 α_0 のそれぞれに影響する。
- (3) 回転角伝達誤差曲線は α_0 には関係なく k 及 i に影響し、これが大きくなる程曲線は広がってくる。(波長及振幅が大きくなる)
- (4) 最小歯数は誤差曲線が無理なく連続するという条件で定めた。従って曲線が広がる程 (k, i が大きい程) 少くなるが遠のき側の最大回転角、 $\alpha_0 = 35^\circ, 30^\circ, 25^\circ$ で $\varphi_{12max.} = 22.5^\circ, 17.5^\circ, 12.5^\circ$ から制限を受け、これらの相関々係から最小歯数は制限される。
- (5) $\alpha_0 = 35^\circ, 30^\circ, 25^\circ$ になるにつれて遠のき側接触点の軌跡は $0_1 0_2$ と $\theta_{0_2} = 67.5^\circ, 72.5^\circ, 77.5^\circ$ となり次第に 0_1 歯車の歯元、 0_2 歯車の歯先が少くなり、噛合範囲が少くなるので最小歯数を少くとりにくくなる。
- 遠のき側については α_0 を小さくしても 0_1 の歯元、 0_2 の歯先が少くならないようなものとし、 $\varphi_{12max.}$ を更に大きくとれるような歯形なら、 k を大きくとれば最小歯数はなお少くなるものと思われる。
- これらの結果がトルク変動を特に小さく押えたい場合の歯形設計の参考になれば幸いである。

終りに本研究に当りいろいろと御示唆を頂いた本学藤井工学部長、東北大学酒井教授、植川助教授及計算をお手伝い頂いた本学松本順子氏らの名を記して謝意を表する。

参考文献

- (1) 酒井高男・東谷宗郎：歯面間の摩擦に起因する歯車機構のトルク比変動，日本機械学会仙台地方講演会前刷 (1962.11)
- (2) 鎌本博夫：伝達トルク比一定の時計歯車の研究，精密機械，30巻5号 (1964) 385-393
- (3) 久野精市郎：トルク比一定の歯車に関する研究 (第1報)，愛知工業大学研究報告第2号 (1966) 135-140
- (4) 酒井高男・森田信義：トルク比一定の歯車に関する研究 (第1報歯形論)，精機学会東北支部講演会前刷 (1967.3)
- (5) 久野精市郎：トルク比一定の歯車に関する研究 (第4報歯形論)，精機学会日本機械学会共催北陸信越支部講演会前刷 (1967.10)
- (6) 久野精市郎：トルク比一定の歯車に関する研究 (第3報直線軌跡の場合)，精機学会日本機械学会共催北陸信越支部講演会前刷 (1967.10)