

# Iterative 回路の研究〔I〕

新 美 吉 彦

## Study of Iterative Circuit

Yoshihiko NIIMI

Summary — Iterative circuits have been recently very important from the view point of the fundamental theory of nonlinear circuits and of its practical applications. Here it will be considered that the two examples of such circuits, such as, distributed type amplifier and the current pulse deforming circuit. And it was discussed about the general properties and its future forms of such iterative circuits.

### 1. ま え が き

Iterative 回路とは、日本語で反復回路と言われているように同一ブロックの単細胞回路を何個かカスケードに接続した合成回路のことである。このような回路は、(分布)線路の方面では、既に、増幅器、フィルタ等のように、日常の通信回路に使用されてその重要性は既成の事実になっている。しかしここで考えていこうとする回路は、細胞が非直線回路の場合である。このような回路は、アクティブ線路、神経のモデル線路等としてその重要性がみとめられつつあるのであるが、しかし、筆者がここで特に研究しようと考えているのは、実はそのような応用も勿論考えているのであるが、さらに本質的な、数学的考察をしようという試みである：すなわち、

1) 一体、このような回路において、細胞と合成された全体の回路との間に、どのような相互関係が存在するのか、2) 同一特性を持つといっても実際には、それは  $\{T_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$ 、添数集合  $\Lambda$  によって添数づけられた  $T_\lambda$  の要素である場合が多い。また実際の回路では  $\Lambda$  が順序集合である場合が多い。このような場合、一体、 $\{T_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$  が与えられた場合、その並べ方と、合成回路との関係は、3) さらに、神経モデルで見られるごとく、個々の細胞は個々別々では、大変弱いものであるが、全体としては、多少の環境の不規則性、その他によっても、殆んど影響を受けない場合が多い。このようなことを回路網の立場から説明を試みること。4) 最後に、細胞をある函数空間に働く作用素とみなした場合の数学的研究、などである。

### 2. 定 義

Iterative 回路とは、添数集合  $\Lambda$  によって添数づけられた集合  $\{T_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$  によって構成された、ある合成集

合のことである。

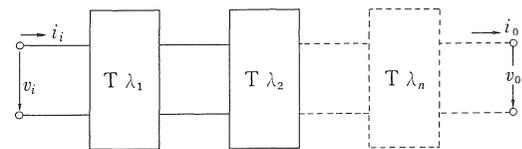


Fig. 1 Iterative 回路のモデル

この場合各要素  $T_\lambda$  は細胞、または作用素と呼ぶことにする。この細胞はその本質的特性は個々について同じであるが、しかし、ある可変なパラメーターが、存存し、そのようなパラメーターを個々について、多少可変出来るものとする。以下では、その1つの具体例について述べた。

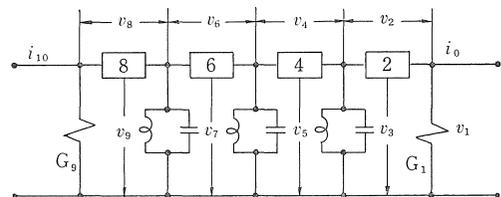


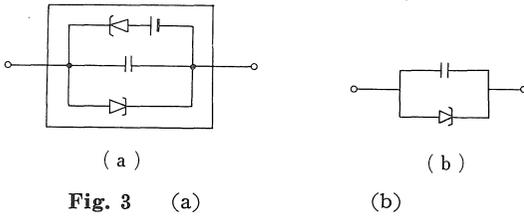
Fig. 2.

### 3. 分布型増幅器

#### 3. 1. 回路図、回路パラメーター

この場合の回路は Fig. 2 に示した如くである。この回路において、直列に接続された2端子素子は、非直線素子であって、一応すべて、同じものとする(この素子がパラメーターによって変わると、大変複雑になり、解析がめんどろにもなる)。この回路での可変パラメーターは並列共振回路の、共振周波数である。さらに、それに付け加えてその  $Q$  をも可変と考えて勿論よいが、それはむしろ附随的なものとする。非直線2端子

素子としては、Fig. 3 (a), (b) に示したようなものが考えられるが、下の細胞回路の解析では (b) の回路を使用した。



3. 2. 細胞回路の解析

回路図は Fig. 4 に示してある。この回路の回路パラ

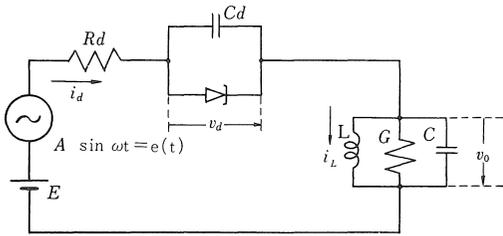


Fig. 4

メーター及び変数は下の如くである：

回路パラメーター：

$L, C, G$ ：負荷、(共振回路)の夫々インダクタンス、キャパシタンス、及びコンダクタンス。

$C_d$ ：エサキダイオードの並列容量、

$R_d$ ：エサキダイオードの直列な抵抗値、

$i_d, v_d$ ：エサキダイオードの 両端の 電圧及び、そこへ流れ込む電流；

$i_L$ ：負荷を流れる電流、 $v_0$ ：負荷電圧

$A \sin \omega t := e(t)$ 、 $E$ ：電源電圧

先づ、以上のパラメーターを用いて、キルヒホッフの法則を用いると、次の微分方程式系が成立する：

$$(3.2; 1) \begin{cases} R_d \cdot i_d + v_d + v_0 = e(t) + E, \\ i_d = f(v_d) + C_d \cdot (dv_d/dt), \\ = C \cdot (dv_0/dt) + Gv_0 + i_L, \\ L \cdot (di_L/dt) = v_0, \end{cases}$$

これらの式に、次の変数、及びパラメーター変換を行なう：

$$(3.2; 2a) \begin{cases} \text{パラメーター：} \\ 1/\sqrt{LC} = w_0, \\ \frac{C_d R_d}{\sqrt{LC}} = \epsilon, \\ \frac{C R_d}{\sqrt{LC}} \cdot (1 + R_d G) = \epsilon h, \\ \sqrt{\frac{L}{C}} = Z, \\ \frac{1}{(1 + R_d G)} = k, \end{cases}$$

変数：

$$(3.2; 2b) \begin{cases} w_0 t \cong x, \\ Z i_L \cong i_L, \end{cases}$$

$$(3.2; 2c) \begin{cases} v_0 \cong y_1, \\ v_d \cong y_2, \\ Z i_L \cong y_3, \end{cases}$$

そうすると、式 (3.2; 1) は、次のように変形される：

$$(3.2; 3a) \begin{cases} \epsilon^h \cdot \dot{y}_1 \\ = -y_1 - k y_2 - \epsilon^h y_3 + k(e(t) + E), \\ \epsilon \cdot \dot{y}_2 \\ = -y_1 - y_2 - R_d \cdot f(y_2) + e(t) + E, \\ \dot{y}_3 = y_1, \quad (\text{ただし、} \dot{y} \equiv dy/dx) \end{cases}$$

または、

$$(3.2; 3b) \quad \epsilon^H \cdot \dot{y} = f(y, x, \epsilon),$$

ただし、

$$(3.2; 4) \begin{cases} H \equiv \begin{bmatrix} -h & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ y \equiv (y_1, y_2, y_3)^t, \\ f(y, x, \epsilon) = \begin{bmatrix} -y_1 - k y_2 - \epsilon^h y_3 + k \\ (e(t) + E) \\ -y_1 - y_2 - R_d f(y_2) \\ + e(t) + E \\ -y_1 \end{bmatrix}, \end{cases}$$

となる。

上のような方程式を解く場合に、最っとも自然な解析方法は、Singular perturbation 法による漸近級数展開を用いる解法である。何故にこのような解法が非常に有用であるかについて一言しておく、このような、解法を用いないで、正確な解をただちに求めることが可能な場合も、勿論時にはあるであろう。しかし、そのような形で解が求められたとしても、一般には、その形は非常に複雑なものとなり、実際の物理系の中でどのようなファクターがどのように影響しているかを正確に把握しがたいのが普通である。もしそうだとすると、そのような正確な解の実際の値は、半減してしまうことになる。したがって、実際には、そのような形の正確な解を求め得た場合にも、さらにその解を、何らかの方法によって他の漸近的級数または、周知の初等函数を組合せた形に変形するかしなければならないことになる。もしそうだとするならば、初めから、級数展開のような形で、漸近的に解を求める方がはるかに、とく策であり、実用的であることになる。それが Singular perturbation 法のような漸近法の大きな利点でありかつ特徴であると云える。さて、漸近法によって解を求める方法を示そう

：先づ解を次の形に仮定する；

$$(3.2; 5) \quad y(t) \sim \sum_{r=0}^{\infty} y_r(t) \epsilon^r \rightarrow y_0(t), \quad \epsilon \rightarrow 0.$$

そこで、先づ零解： $y_0(t)$  を求める。これは次のようにして求める。先づ、(3.2; 4) のマトリックス  $\epsilon^H$  は  $\epsilon$  の函数であるから、 $\epsilon \rightarrow 0$  にもってゆくと、

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon^H \equiv \text{diag}[0, 0, 1] \equiv \Omega,$$

この  $\Omega$  を用いて、reduced system：

$$(3.2; 6) \quad \Omega \cdot \dot{y}_0 = f(y_0, x, 0),$$

ただし、ベクトル  $f(y_0, x, 0)$  は、

$$f(y_0, x, 0) = \begin{bmatrix} -y_{10} - k y_{20} + k(e(t) + E), \\ -y_{10} - y_{20} + R_d f(y_{20}) + e(t) + E, \\ y_{10} \end{bmatrix},$$

この (3.2; 6) から、 $y_{10}$ 、 $y_{20}$ 、 $y_{30}$  を求めることが可能である。その式を以下に示す、

$$(3.2; 7) \quad \begin{cases} f(y_{20}) = S(y_{20} - e(t) - E) = 0 \text{ の根;} \\ (S \equiv 1 - k/R_d \equiv G/1 + GR_d), \\ y_{10}(t) = k(e(t) + E) - k y_{20}, \\ y_{30}(t) = k \int_0^t (e(x) + E) dx - k \int_0^t y_{20}(x) dx, \end{cases}$$

さらに、 $y_1(t) = (y_{11}(t), y_{21}(t), y_{31}(t))^t$ 、 $y_2(t) \dots$  は、次式より、一般的に求めることが可能である。

$$(3.2; 8) \quad \Omega \cdot \dot{y}_r = A_0(t) \cdot y_r + \phi_r,$$

ただし、 $\phi_r$  は、 $y_j$ 、 $\dot{y}_j$ 、 $j \leq r-1$ 、の多項式であって、次のようにして求まる。

$$(3.2; 9) \quad f_y(y_0(x), x, \epsilon) \equiv A(t, \epsilon) = \sum_{r=0}^{\infty} A_r(t) \epsilon^r$$

$f_y$  は Jacobian である、とおいたとき、 $A(t, \epsilon)$  を  $\epsilon$  の巾級数に巾級数展開してみる；そのときの零次項がすなわちマトリックス  $A_0(t)$  である。今、それを実際に行って見ると、次のようになる：

$$(3.2; 10) \quad f_y \equiv \begin{bmatrix} -1 & -k & & -\epsilon h \\ -1 & -R_d f'(y_{20}) - 1 & & 0 \\ & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

したがって、

$$(3.2; 10) \quad A_0(x) \equiv \begin{bmatrix} -1 & k & & 0 \\ -1 & -R_d f'(y_{20}) - 1 & & 0 \\ & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

さらに  $\phi_r$  は次式から、漸次求めて行くことが出来る：

$$\begin{bmatrix} G_1 & -C_2 p - g_{d2}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 p + g_{d2}^* & C_3 p + P_3 p^{-1} & -C_4 p - g_{d4}^* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_4 p + g_{d4}^* & C_5 p + P_5 p^{-1} & -C_6 p - g_{d6}^* & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_6 p + g_{d6}^* & C_7 p + P_7 p^{-1} & -C_8 p - g_{d8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_8 p + g_{d8}^* & G_9 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \\ v_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ i_{10} \end{bmatrix}$$

$$(3.2; 11) \quad \phi_1 \equiv a_0(t) \equiv a(t, 0),$$

$$(3.2; 12) \quad \epsilon a(t, \epsilon) = f(y_0(x), x, \epsilon) - \epsilon^H \cdot \dot{y}_0,$$

以上の諸式から、解析的計算によって、色々な興味ある結論及び、特質が、解析的にはあくされる。

### 3.3 図 2. の回路の研究の方向づけ；

このような回路を実際に調べて行く場合に、一般的にキルヒホッフの法則を適用して、単にいくつかの方程式を、ばく然と、並べただけでは殆んど意味がない。特に、上で述べた単細胞の性質と、それを用いて合成された全体の回路の性質との関聯などはつかめそうにない。そこで、研究の方法としては先づ、第 1 にそのような数学的方法を確立しなければならぬわけである。そこで、筆者は、先づ、普通の線形回路でよく使用されている、動作解析理論における最簡連続行列を応用しようとするところみた。勿論、このような解析方法をもってしても、猶、色々な問題点は、勿論あるが、一つと試みとしてここに提示する次第である。

#### 3.3.1. 回路方程式、及び最簡連続行列の作成；

先づ、キルヒホッフの法則から、

$$(3.3.1; 1) \quad \begin{cases} atN_0, G_1 \cdot v_1 - f_2^*(v_2) - C_2 \cdot (dv_2/dt) & = i_0, \\ v_1 + v_2 - v_3 & = 0, \\ atN_1, f_2^*(v_2) + C_2 (dv_2/dt) + \\ + C_3 (dv_3/dt) + 1/L_3 \int v_3 dt - \\ - f_4^*(v_4) - C_4 \cdot (dv_4/dt) = 0, \\ v_3 + v_4 + v_6 & = 0, \\ atN_2, f_4^*(v_4) + C_4 (dv/dt) + \\ + C_5 (dv_5/dt) + 1/L_5 \int v_5 dt - \\ - f_6^*(v_6) - C_6 (dv_6/dt) = 0, \\ v_5 + v_6 - v_7 & = 0, \\ atN_3, f_6^*(v_6) + C_6 (dv_6/dt) + \\ + C_7 (dv_7/dt) + 1/L_7 \int v_7 dt = i_8, \end{cases}$$

この (3.3.1; 1) 式をよく見ると、非常に規則的によくまとまった形をしていることがわかる。そこで、これを、形式的に、マトリックス形式になおして見ると次のごとくなる。

$$(3.3.1; 2) \quad (P_i \equiv 1/L_i)$$

この式をみると次のことが言える：

- (1) 主対角線上には並列回路のアドミッタンスに対応した演算子が1つおきに並んでいる。
- (2) 主対角線のすぐ上はすべて負符号をもち、かつ、直列アドミッタンスに対応した非直線アドミッタンスが並んでる。(ここで star 印は、非直線要素を意味する)。
- (3) 主対角線のすぐ下は主対角線のすぐ真上の要素(演算子)の符号を反対にしたものである。
- (4) それ以外の要素はすべて0である。

以上の如く、非常に規則的に配列されたマトリックスであるから、たとえそれが非直線作用素によって構成されていても、猶、演算上の色々な規則を導くことが可能であると思われる。例えばスカラー一定数の乗法に関する規則は当然成立しているわけである。したがって、そのような諸規則を研究して、確立さえすれば、非常に興味ある性質が把握出来ると思う。なかでも、特に重要なことは、細胞との関係を把握することが目的であるから、行列の分割に関する規則を確立することである。

### 3.3.2. 分布型増巾器の将来性

分布型増巾器は、最っとも簡単な Iterative 回路であると言える。したがって Iterative 回路研究の出発点として、最っとも適当であろう。さらに、従来この回路のような構成方法については、あまり研究成果がないようである。その意味でも重要な研究テーマと云えよう。詳細なる特性のはあくは、今後の研究で発表してゆきたい。

### 4. パルス化回路、または、パルス成形回路

これは、鉄心を Fig. 5 の如くに配列することにより容易に実験的にその特性をつかむことが出来る。

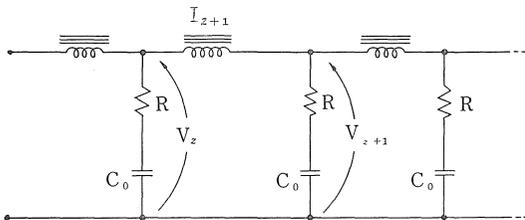


Fig 5.

この回路は日本では、殆んど誰れも注目して来なかったが、ここ数年の間に、ロシア、及びアメリカにおいて、非常に研究が進められた回路である。或る程度のことば文献を参照されれば、そこに書かれているが、非直線回路としての詳細な研究は未だ、殆んど行はれていないようである。ただ、文献によると、実用的に、次のような特徴：1) 大きい電流パルスの発生に実に適していること、及び、2) 連続的な正弦波をこの回路によって

パルス化することが可能であること、などである。

このような回路は、実は応用の道が実に多数存在すると思われるのであるが、現在迄、このような回路を積極的に開発研究すること自体もあまり行はれていなかったし、又、このような機能をもった回路を生かすような、実用的な装置も殆んど存在していなかったことによるのではないかと思われる。従って、実際の応用、及び基礎理論の確立の両方面にわたって、活ばつな研究活動が行われることが、今後は、非常に望まれる次第である。

### 5. 結 言

以上、筆者は、実用的に既に開発された回路及び、当然開発されるべき Iterative 回路の2例について、概観してみた。このような Iterative 回路は先づ第1に理論的に大変興味ある問題である。さらに、実用的には、機能素子的な研究として、今後のエレクトロニクスの中心的な役わりをもつものではないかと思う。

### APPENDIX

[A] Fig. 3(a) の2個のエサキダイオードを用いた回路を使用せんとする人のために、文献[3]によって、多項式によって表示された特性曲線と方程式を書いておこう。

$$[A1] \quad g_d \left( x + \frac{e_1}{2} \right) - g_d \left( \frac{e_1}{2} - x \right) = \\ = a_1 K x \left[ 1 - \left( \frac{x}{V_x} \right)^2 \right] \left( \frac{x^2}{V_x^2} + 1 \right),$$

ここで、 $e_1$ ,  $a_1$ ,  $K$ ,  $V_x$ ,  $a_8$  は constants. である。この回路で注意すべきことは、直流バイアス電圧を適当にしないと、良い負性領域をもった特性が得られないことである。

### 文 献

- [1] 新美吉彦、鈴木博：“分布型増巾器の解析”，1966. 電気四学会東海支部連合大会予稿集。
- [2] 新美、吉田昭二、深谷義勝：“エサキ・ダイオードを用いた単一周波数同調型増巾器”。1966電気四学会東海支部連合大会予稿集。
- [3] 別所照彦、武井正：“エサキ・ダイオードを用いた記憶細胞回路”，1966, vol. 47, No. 7. 信会誌。
- [4] I. G. Katayer：“Electro-magnetic Shock waves”, London, Iliffe, Book. LTD. 1963.
- [5] Wolfgang Wasow：“Asymptotic Expansions for Ordinary Differential Equations,” 1965, Interscience Publishers.