

博士論文

衝撃波と軟弾性体の非定常干渉に
関する基礎研究

1995年1月

愛知工業大学大学院 工学研究科 博士課程
生産・建設工学専攻

北川 一敬

目次

1	序論	3
1.1	本研究の目的	3
1.2	衝撃波の衝突による軟弾性体の変動に関する現状と本研究の研究対象	3
1.3	本論文の構成	5
2	軟弾性体の基礎的性質	7
2.1	はじめに	7
2.2	Treloar のゴムの統計理論	7
2.3	ゴムの力学的特性	9
2.4	空隙を含む軟弾性体の特性	10
3	軟弾性体に関する静的材料特性試験	19
3.1	はじめに	19
3.2	試験装置の概要及び試験法	19
3.3	供試材について	19
3.4	試験方法	20
3.5	試験結果及び考察	21
4	衝撃波の衝突による軟弾性体の非定常な一次元変動の実験	35
4.1	はじめに	35
4.2	実験装置の概要	35
4.3	実験方法	36
4.4	衝撃波管内の圧力状態	36
4.5	実験結果及び変動の特徴	37
4.5.1	固定端の場合の圧力波形特性	37
4.5.2	軟弾性体の設置による波形への影響	37
5	衝撃波の衝突によるゴム状弾性体の非定常な一次元変動の解析	69
5.1	はじめに	69
5.2	ステップ状外力印加による柱状ゴムの一次元変動解析	71
5.2.1	基礎方程式	71

5.2.2	計算手法	75
5.2.3	計算結果と変動の特徴	78
5.3	気体衝撃波の衝突による柱状ゴムの一次元干渉解析, 及び実験との比較	103
5.3.1	気体側の基礎方程式	103
5.3.2	計算手法	105
5.3.3	計算結果と変動の特徴	106
6	衝撃波の衝突による緻密なフォーム状弾性体の一次元変動解析, 及び実験との比較	121
6.1	はじめに	121
6.2	フォーム状弾性体の静的な応力とひずみの関係	122
6.3	計算結果と変動の特徴	122
7	結論	139
	参考文献	143

Chapter 1

序論

1.1 本研究の目的

本研究の目的は気体衝撃波と軟弾性体の衝突によって生ずる非定常干渉，衝撃波の緩和，変動の特徴を実験及び数値計算により基礎的に調べることである．その結果は，爆発等の衝撃波現象に対する軟弾性体の衝撃波緩和効果，環境や医学問題にも資することが期待される．研究手法としては，特に空隙率0%のゴムから各種の空隙率のフォーム状弾性体に到る一連の軟弾性体を取り上げ，衝撃波との基礎的な干渉過程の違いを系統的に調べる方法を取った．この目的のために，本論文は軟弾性体の統計力学的性質及び特徴，材料試験(圧縮試験)による個々の供試材の静的材料特性を調べ，その上で空隙率0%のゴムから各種の空隙率のフォーム状弾性体に到る，軟弾性体と衝撃波との基礎的な干渉過程の研究を進めた．すなわち，衝撃波管を用いた一次元実験，計算コードの開発，検証問題の計算結果，一次元実験との比較など，幅広い手法を総合してゴム及び各種空隙率のフォームに対する夫々の衝撃波干渉の特徴を明らかにしようとするものである．

1.2 衝撃波の衝突による軟弾性体の変動に関する現状と本研究の研究対象

現状

衝撃波(Shock wave)とは，流れに対して音の速さを越えて伝わる圧力の不連続波である．近年，この衝撃波によって発生する高圧・高温状態を種々な目的に利用する研究が進んでいる．その例として，衝撃波管を利用した衝撃波と媒体との干渉によって生ずる現象の解明や応用があげられる．衝撃波の衝突による軟弾性体の非定常干渉問題に関連して，構造物やダクト内部に伝播する衝撃波をゴム及びフォームなどの軟弾性体の設置による衝撃波の緩和効果や衝撃波が生体に及ぼす影響のような，環境問題や工学・医学的応用を目的とした研究等がなされている．例えば，爆

風と可変形物体との干渉，気泡を含む液体中における衝撃波の伝播⁽¹⁾，医用工学では，水中衝撃波フォーカシング技術による胆石等の破壊細分過程における内臓損傷干渉⁽²⁾などの実験的研究が行われている．また，干渉問題の基礎研究としては，移動境界と衝撃波の干渉⁽³⁾，減衰装置を取り付けた剛体壁と衝撃波の干渉^{(4)~(6)}や，ゴム^{(7)~(15)}，フォーム^{(16)~(36)}などの軟弾性体と衝撃波との干渉に関して実験的，理論的な研究が進められている．

例として，ゴムと衝撃波との基礎的な干渉過程を調べた Mazor et.al., Igra et.al. の研究では⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾，Treloar のゴムの統計理論⁽¹¹⁾⁽¹²⁾を基礎として，ゴムに関する各種衝撃荷重条件下においてゴム内を伝播する非定常変動の解析，衝撃波と単体ゴムとの干渉の数値解析，並びにシャドウグラフによるゴムの挙動の可視化，及びゴムの前近傍，後端の圧力，応力の履歴の調査研究を行った．

空隙を含む軟弾性体と衝撃波との基礎的な干渉過程を調べた研究では，すかさかに空気を通す型の（オープンセル型）の多孔質媒体の力学的性質^{(16)~(21)}や，特に空隙率（Porosity）が90%以上で密度が低いフォーム状弾性体に対する衝撃波干渉が実験的に調べられ，Skews^{(22)~(35)}等によるフォームの内部の格子の変形の可視化，フォームの圧力履歴の実験結果等が報告されている．

また，フォーム中を通り過ぎる衝撃波の流れ場（Wave diagram）を決めるような解析モデルは，Gelfand et.al.⁽²⁹⁾⁽³⁰⁾はフォームとガスの媒体（二相媒体），Gvozdeva et.al.⁽³¹⁾⁽³²⁾は，フォームをガス中につるされた（Suspend）固体粒子の集合体，Rayevsky et.al.⁽³³⁾は1流体2温度媒体と仮定している．また，Beavers et.al.⁽³⁴⁾が行った各種空隙物体からの弱い衝撃波の反射の研究では，定常問題において空隙物体中を伝播する反射衝撃波は一定速度であるという仮定を用いた解析等の報告がされている．

Henderson et.al.⁽³⁵⁾の研究では長いフォーム（ $L_{r0}=1600\text{mm}$ ）を用いて，フォーム中を伝播する圧縮波の伝播現象を実験的に調べた．彼らの研究からフォーム中を伝播する圧縮波は，フォームの変形が等エントロピー的でない時，衝撃波にはならないという報告がなされている．

一方，数値解析では，空隙率の高い，低密度のフォーム状弾性体を混合理論を用いて固気混相体として取り扱って干渉解析を行った Baer⁽³⁵⁾の研究が報告されている．

本研究の研究対象

本研究では，オープンセル型で密度がより高く，空隙率の比較的低い（80%以下）フェルト状のポリエステル系ウレタンフォームを取り上げ，その気体衝撃波との干渉特性を基礎的に調べる．すなわちゴムのような単体扱いの領域と，空隙率が高く気体衝撃波がフォーム内に貫入する二相問題領域との，中間領域における干渉の特徴を実験的及び理論的に研究をする．これによって空隙率0%のゴムから，大きい空隙率のオープンセル型のフォームに到る，各種軟弾性体の衝撃波干渉における種々の特徴を系統的に調べる手法を取ることにする．実験においては，まず，供試材の基本的な静力学的特性を調べる．すなわち，各種の条件下において試験機の変位進行速度を変えた材料試験（圧縮試験）を行い，軟弾性体の応力とひずみ関係式を調

べ検討する。次に、衝撃波管を用いて、衝撃波管の下流端末に設置したゴムまたはフォームと、気体中を伝播する衝撃波との一次元非定常干渉に関する基礎的実験を行ない、フォーム中を伝播する圧縮膨張波の挙動を圧力履歴から調べる方法をとる。

数値計算においては、まずゴムと衝撃波の干渉を基礎的に解析するため、ステップ状外圧を印加した場合における弾性体の非定常な変位量、速度や応力等の変動を一次元基礎方程式から求める。

以上のようにして、ゴムと衝撃波の一次元干渉問題における非定常な変位、応力等の変動を解析的に調べる。次に、中密度($\rho_c=290 \text{ kg/m}^3$ 程度)で空隙率の比較的低いフォームと衝撃波との干渉問題を解析するために、フォームを実験的応力-ひずみ曲線に従う単一非線形弾性体であるという仮定をたて、その上で、そのフォームの非定常な変位量、応力等の変動について一次元解析により調べる。

基礎方程式の表現法としては、オイラー座標系とラグランジュ座標系がある。オイラー座標系における計算では移動する境界面を取り扱うには、移動境界、移動変形格子等の取扱いがある。有限差分法で数値解を得るためには、物体適合格子系における数値計算がよく行われているが、この格子系での計算は、物体が移動する場合や解適合格子を使う場合に格子の移動変形による余分な流速を正しく評価しないと一様流でさえも変動してしまう。

GCL(Geometric Conservation Law)として知られる幾何学的保存則では、移動格子による計算でも一様流は変動してはならない。しかし、GCLを満たす計算法であっても必ずしも数値誤差の保証を与えていない場合があり、計算法の持つ格子の移動変形による数値誤差を押さえるためにいくつかの研究がなされているが、必ずしも完全なものではない。我々の研究グループにおいてもこの移動境界の問題についても色々なアプローチを試みているが、移動する格子の速度が速くなる場合や多次元高精度問題等において未だに完全なものとはいえない。

そこで、本計算ではラグランジュ座標系による計算を行うことにする。この座標系では初期(時刻 $t=0$)における座標を独立変数としているために、弾性体が移動変形しても境界の座標は変わらず、境界面の移動を考慮する必要がないからである。

1.3 本論文の構成

本論文は7章から構成されており、各章の概要は以下のようなものである。

第1章は序論で、本研究に関連したこれまでの研究の動向及び問題点、本研究の動機及び研究内容の要旨を述べてある。

第2章は衝撃波と軟弾性体との干渉問題を研究する基礎として、軟弾性を有する物体の基礎的性質について説明したものである。

第3章は衝撃波と軟弾性体との動的干渉を研究するために、実験に使用した個々の供試材の材料特性について負荷、除荷の圧縮試験を行い、変位進行速度に対する軟弾性体の応力とひずみ関係に及ぼす影響を検討し、静的な材料特性について述べてある。

第4章は衝撃波と軟弾性体との干渉問題を基礎的に研究するために、空隙率0%のゴムから高い空隙率のフォーム状弾性体と衝撃波との基礎的な干渉過程の違いを衝撃波管を用いて一次元実験により比較検討を行った結果を述べてある。

第5章はゴム状弾性体に様々な大きさのステップ状衝撃圧縮荷重を加えた時の一次元変動の解析と、気体衝撃波によるゴム状弾性体の非定常な一次元変動の解析について述べてある。まず、外力による弾性体の非定常な変位、応力等の変動を純粹に弾性体の非定常現象として扱い、その特性をを基礎的に調べるために開発した計算コードは、後の章で扱う全ての弾性体の一次元変動解析コードの基礎となっており、基本的な計算手法の評価や、計算精度の評価等もこの問題を扱う上で行った。次に、衝撃波の衝突によるゴム状弾性体との一次元変動解析は Mazor et.al.⁽⁹⁾のゴムに関する実験の条件に合わせて行ったもので彼らの実験の結果との比較評価と、第4章のポリウレタンゴムの実験の結果との比較検討が述べられている。

第6章は衝撃波の衝突による緻密なフォーム状弾性体との一次元干渉計算について述べる。この解析に用いた緻密なフォームの数値計算モデルとして、フォーム内を固気混相体として扱わず、試験から得られた応力-ひずみ曲線に従う単一非線形弾性体と仮定して数値計算を試み、その結果を第4章のフォーム状弾性体に関する実験の結果と比較して計算結果の評価を行ったものである。

第7章は各章の研究をまとめて、結論を述べてある。

Chapter 2

軟弾性体の基礎的性質

2.1 はじめに

衝撃波と軟弾性体との干渉問題を研究するために、軟弾性を有する物体(ゴムやフォーム状弾性体等)の基礎的性質について知る必要がある。これらの軟弾性を有する物体は非常に高い非線形性を持っている。ゴム状弾性体においては、Treloarのゴムの統計理論⁽¹¹⁾⁽¹²⁾によって力学的な性質が記述されている。ゴムは、軸方向の弾性変形によって横方向に伸縮する場合も、全体の体積がほぼ一定に保たれる非圧縮性物体であるという仮定が高い精度で成り立つ。そこで、この仮定の上にゴムの応力とひずみの関係式をたてると、物性係数が例えば、ヤング率の様な係数一つだけで表される。この3次元変形を1次元近似で評価すると横方向の伸縮により見かけの密度(線密度)の変化を生じ見かけの圧縮性がでる。

次に、空隙を含む軟弾性体として、オープンセル型のポリウレタンフォームのようなフォーム状の弾性体を取り上げる。フォーム状弾性体はゴムの統計理論のように記述することは非常に難しく、ゴムよりも非線形性も高く、加圧と減圧の過程で応力とひずみ関係が異なるヒステリシスを持っている。そのため基礎的性質は、空隙率、セル構造等の分類によって調べる必要がある。

2.2 Treloarのゴムの統計理論

Treloarのゴム状弾性体の統計理論⁽¹¹⁾⁽¹²⁾によれば、通常のゴムでは、軸方向変形後も全体の体積がほぼ一定に保たれる非圧縮性物体と仮定されている。図2.1のような検査体積を考えると、変形前のゴムの長さを1とし、負荷による*i*方向(*x, y, z*方向)の長さが λ_i に伸びたと考え、この時のひずみを正とすると以下の関係が成り立つ(*i*方向に縮んだ時は $\epsilon_i < 0$)。

$$\lambda_i = 1 + \epsilon_i \quad (\epsilon_i: i \text{ 方向のひずみ})$$

このとき、非圧縮性物体の仮定により、下式が成り立つ。

$$\lambda_x \lambda_y \lambda_z = 1.$$

今、例えば図 2.1(a) において、 x 軸方向に単位面積当たり F_x の外力を加えると、 x 軸に垂直な断面積は図 2.1(b) の様に $\lambda_y \lambda_z (= 1/\lambda_x)$ に変化する。この時、真の応力は $\sigma_{tx} \equiv F_x / (\lambda_y \lambda_z) = \lambda_x F_x$ であり、これを主応力 (Principal stress)、また、 F_x を変形前の断面積で割った値 $\sigma_x \equiv F_x / (1 \times 1) = F_x$ を公称応力 (Nominal stress) と呼ぶ。すなわち、 σ_x は外力を無次元化したものにほかならない。

一般に、ゴムの主応力 σ_{ti} と公称応力 σ_i との関係は、

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{ti}}{\lambda_i} \quad (2.1)$$

Treloar のゴム状弾性体の統計理論によると、非圧縮性弾性体の主応力は、

$$\sigma_{ti} = \lambda_i \left(\frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \right) - p \quad (2.2)$$

ここで、 p は静圧、 W はひずみエネルギーである。図 2.2, 2.3, 2.4 は圧縮単軸応力荷重、圧縮二軸応力荷重、圧縮単軸ひずみ荷重の模式図を示す。図中の破線は弾性体の初期形状、斜線部は固定端である。弾性体の初期長さ L_{r0} 、断面積 A_{r0} の柱状弾性体に時刻 $t=0$ より自由端に x 軸方向からステップ状圧縮荷重が印加されると、この荷重 F により断面積は A_r へと変化する。この時、 F/A_{r0} が公称応力 σ 、 F/A_r が主応力 σ_t である。

ひずみエネルギー W は、弾性体の変形による仕事あるいはゴムの弾性により単位体積当たりに蓄えられた自由エネルギーである。また、変形によるゴムの内部エネルギーの変化がない時、ひずみエネルギー W は、ヘルムホルツの自由エネルギーより $W = -T\Delta S$ を得る。

従って、

$$W = \frac{1}{2} G (\lambda_x^2 + \lambda_y^2 + \lambda_z^2 - 3) \quad (2.3)$$

ここで、 $G = NkT$ は、弾性体の組織構造によって定義される定数 (ゴムの弾性定数)、 N は単位体積当たりのゴム高分子の連鎖数、 k はボルツマン定数である。弾性体が生じた変形の仕事 W はゴムの弾性定数 G によって決まることは明らかである。

式 (2.2) と式 (2.3) より、主応力 σ_{ti} は、

$$\sigma_{ti} = G \lambda_i^2 - p \quad (2.4)$$

となる。主応力の差は、式 (2.4) より

$$\sigma_{tx} - \sigma_{ty} = G (\lambda_x^2 - \lambda_y^2) \quad (2.5)$$

$$\sigma_{tx} - \sigma_{tz} = G (\lambda_x^2 - \lambda_z^2) \quad (2.6)$$

となる。

2.3 ゴムの力学的特性

ゴム状弾性体は、完全弾性の単体でかつ変形しても体積変化がない(非圧縮性)という近似を用いた。

ゴムの応力とひずみ関係式は、Treloarのゴム弾性理論において色々な荷重のモードについて定義されている。ここでは、実験および数値計算に必要な3つの異なる荷重のモード(単軸応力荷重、二軸応力荷重、単軸ひずみ荷重)に対して応力とひずみ関係式を一次元近似に換算する。(ゴムは3次元非圧縮性弾性体であるが、一次元近似を用いると見かけ上の圧縮性が発生する)。

(a) 単軸応力荷重 (Uni-axial stress loading)

図2.2は、圧縮単軸応力荷重状態の例を示す。弾性体の x 軸方向において外力が加えられる。 x 軸方向に荷重を掛けた時、 x 軸方向の伸縮に応じて y, z 軸両方向に自由に伸縮可能な状態である。この場合、 y, z 軸両方向には外力がかからない。すなわち、

$$\begin{aligned}\sigma_y &= \sigma_z = 0 \\ \lambda_y &= \lambda_z = \lambda_x^{-\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

となる。

従って、主応力は式(2.5)より、

$$\sigma_{tx} = G(\lambda_x^2 - \lambda_x^{-1}) \quad (2.7)$$

よって、公称応力は式(2.1)より

$$\sigma_x = G(\lambda_x - \lambda_x^{-2}) \quad (2.8)$$

となる。

(b) 二軸応力荷重 (Bi-axial stress loading)

図2.3は、圧縮二軸応力荷重状態を示す。弾性体の運動は x 軸方向に応力が加えられた時、 x 軸に垂直な一方の軸、例えば z 軸方向に対して伸縮することはできない。 y 軸方向のみ自由に伸縮可能な状態である。この場合、 x, z 二方向に応力がかかる。

$$\sigma_y = 0$$

$$\lambda_z = 1, \lambda_y = \lambda_x^{-1}$$

となり、式(2.5)より x 軸方向の主応力は、

$$\sigma_{tx} = G(\lambda_x^2 - \lambda_x^{-2}) \quad (2.9)$$

よって、公称応力は、式(2.1)より

$$\sigma_x = G(\lambda_x - \lambda_x^{-3}) \quad (2.10)$$

となる。

また、 z 軸方向の主応力は、

$$\sigma_{tz} = G(1 - \lambda_x^{-2}) \quad (2.11)$$

となる。

(c) 単軸ひずみ荷重 (Uni-axial strain loading)

図 2.4 は、圧縮単軸ひずみ荷重状態の例を示す。弾性体への荷重が x 軸方向にかけられた時、 y 軸及び z 軸方向に対してはひずみが制限され、伸縮することはできない。この場合、弾性体が非圧縮性なら x 軸方向のひずみも無い。しかし、金属材料の様にポアソン比 ν の導入によって圧縮性の可能性がでて、弾性体が x 軸方向にのみ伸縮可能な状態になり得る。

この場合、

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z \neq 0$$

$$\lambda_y = \lambda_z = 1$$

例えば単軸ひずみ荷重を受けるゴムの場合微小ひずみに対しては $\nu \cong 0.495$ でわずかに圧縮性がある ($\nu = 0.5$ なら非圧縮性)。

従って、 x 軸方向の公称応力は次式で表される。

$$\sigma_x = \frac{2G(1 + \nu)}{1 - 2\nu^2/(1 - \nu)}[\lambda_x - 1] \quad (2.12)$$

また、 y, z 軸方向の公称応力は、

$$\sigma_y = \sigma_z = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma_x = \frac{2G\nu(1 + \nu)}{1 - \nu - 2\nu^2}[\lambda_x - 1] \quad (2.13)$$

である。

2.4 空隙を含む軟弾性体の特性

空隙を含む物体とは、Benning⁽¹⁹⁾⁽²⁰⁾によれば気泡(空隙)によって見かけの密度が減じた物質と定義されている。この定義によれば、気体の空隙を含む割合(空隙率)、オープンセル、クローズドセルの区別やセルの織り構造など非常に広い範囲が多孔質媒体の範ちゅうに入る。空隙を含む軟弾性体はポリエステル系、ポリエーテル系のポリウレタンフォームなどで、変形による体積変化や応力も存在し得る気相-固相系の多相質媒体と考えられる。フォーム状弾性体の様な二相媒体の物性は、固相の組成、気泡内のガス組成、空隙率(固相・気相比)、セル構造などに影響を受ける。

本研究で対象とするフォーム状弾性体は圧縮性物体と仮定して、オープンセルを有したポリエステル系のポリウレタンフォームである。

(a) 空隙率 (Porosity)

空隙率⁽¹⁶⁾⁽²⁷⁾は、力学的性質に及ぼす影響が大きく、フォーム状弾性体の物性をあ
らわす場合の最も基本的なものである。空隙率 ϕ_g は、フォーム状弾性体中に占める
気相の質量割合 (%) として定義する。

$$\phi_g = 1 - \frac{\rho_c}{\rho_s}, \phi_g + \phi_s = 1 \quad (2.14)$$

ここで、 ρ_c は、フォーム状弾性体の密度、 ρ_s は、フォーム状弾性体を構成する固形
材料の密度 (Gibson⁽¹⁶⁾によれば $\rho_s=1200\text{kg/m}^3$)、 ϕ_s はフォーム状弾性体中に占める
固相の質量割合 (%) である。

(b) セル構造 (Cell structure)

セル内の気泡が独立しているか、他の気泡とすかすかにつながっているかによっ
て次のように分類される。

1. 完全にセル膜で囲まれているものを独立気泡、クローズドセル (Closed cell)
2. 完全に囲まれていないで隣接するセルと連絡しているものを連続気泡、オープ
ンセル (Open cell)

と呼ぶ。また、フォームの緻密⁽²⁰⁾⁽²¹⁾さは、セル数 Cell number (cells/25mm) で表
され、また、特性はフォームを構成するセル格子の構造 (フェルト状 Felt type, ネット
状 Net type) によっても異なる。図 2.5 はオープンセル型のフェルト状のセル構
造、図 2.6 はオープンセル型のネット状のセル構造の写真を示す。ネット状のフォー
ムのセル構造はフェルト状のフォームに比べて通常粗く見えることがわかる。

また、オープンセル型のフォーム状弾性体は加圧に際しては弾性復元力と共に気泡
が抜ける性質がある。また、応力とひずみ関係は非線形弾性のほか、加圧の場合と
減圧の場合で特性が異なるというヒステリシスが現れる場合が多い。参考までに図
2.7 は本研究で使用したポリウレタンフォームの応力-ひずみ曲線を示す。

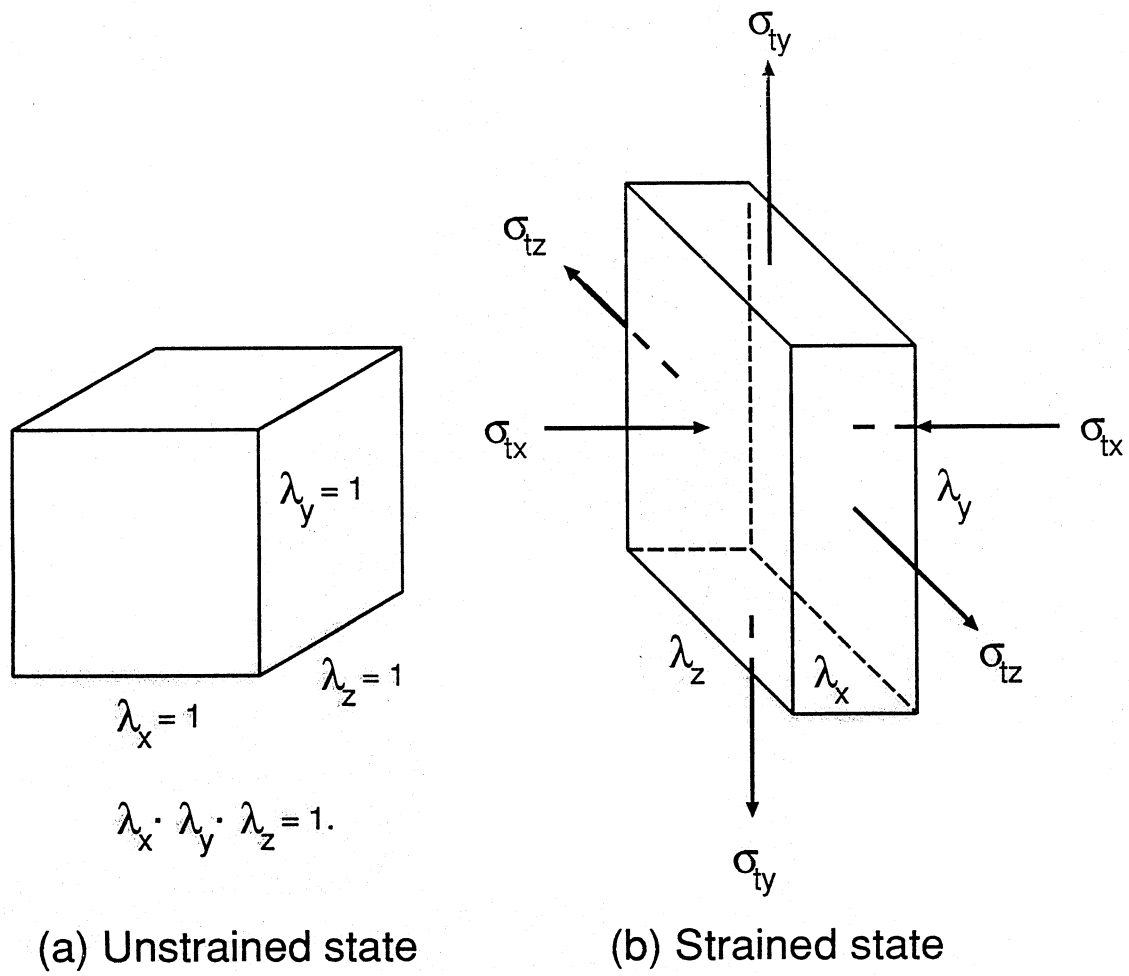


図 2.1 変形前，変形後の検査体積

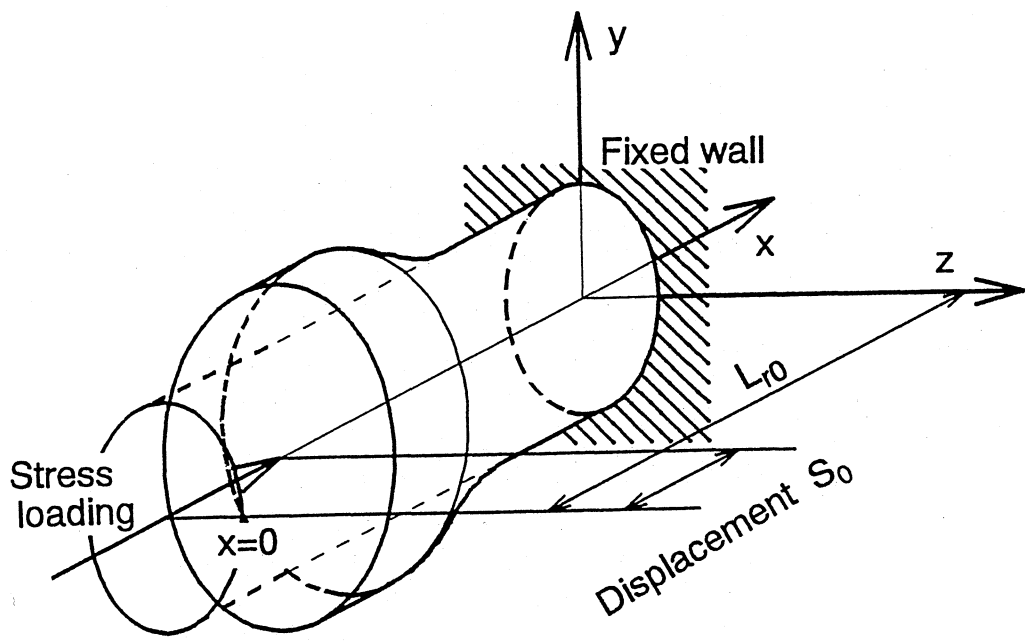


図 2.2 圧縮単軸応力荷重の模式図 (非定常変形例)

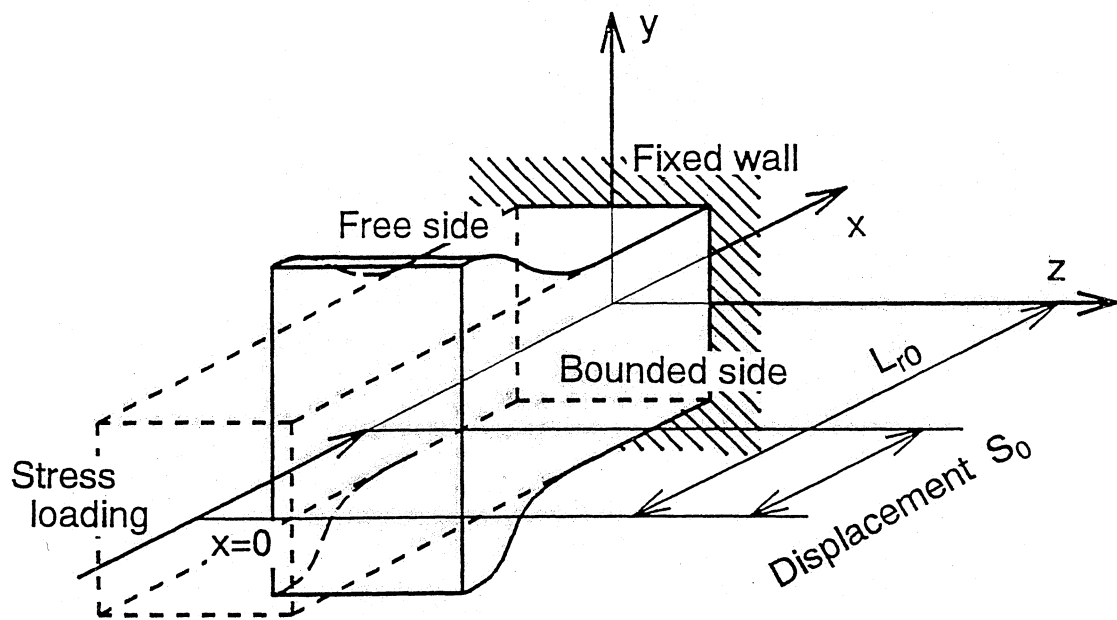


図 2.3 圧縮二軸応力荷重の模式図 (非定常変形例)

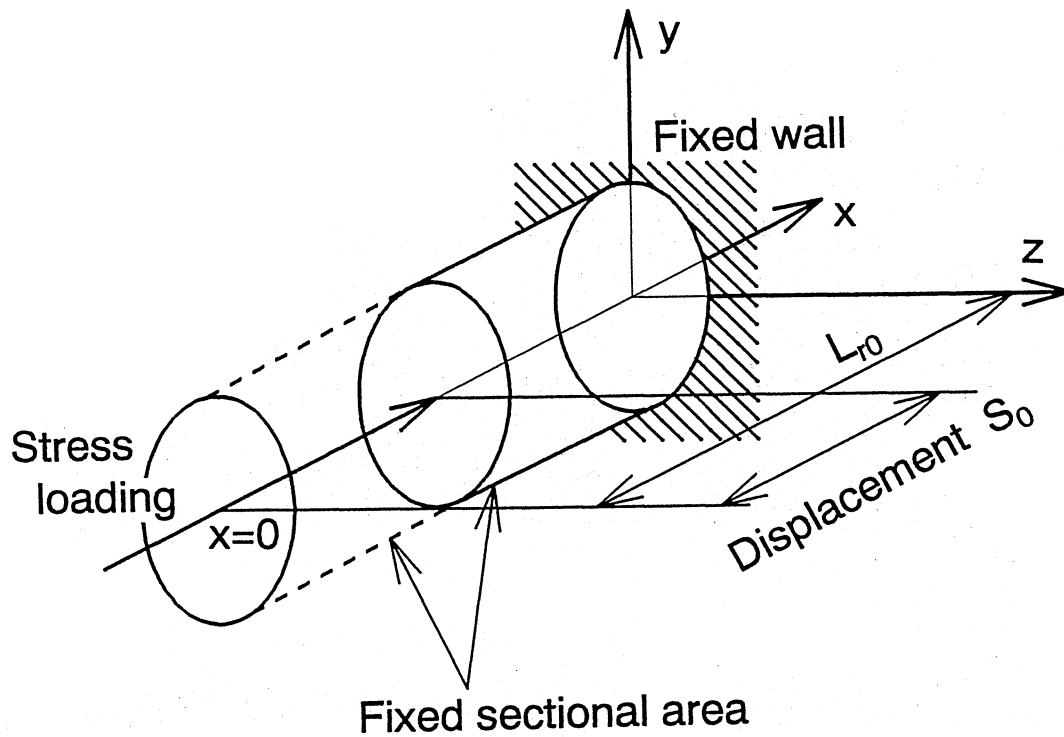


図 2.4 圧縮単軸ひずみ荷重の模式図 (定常・非定常変形)

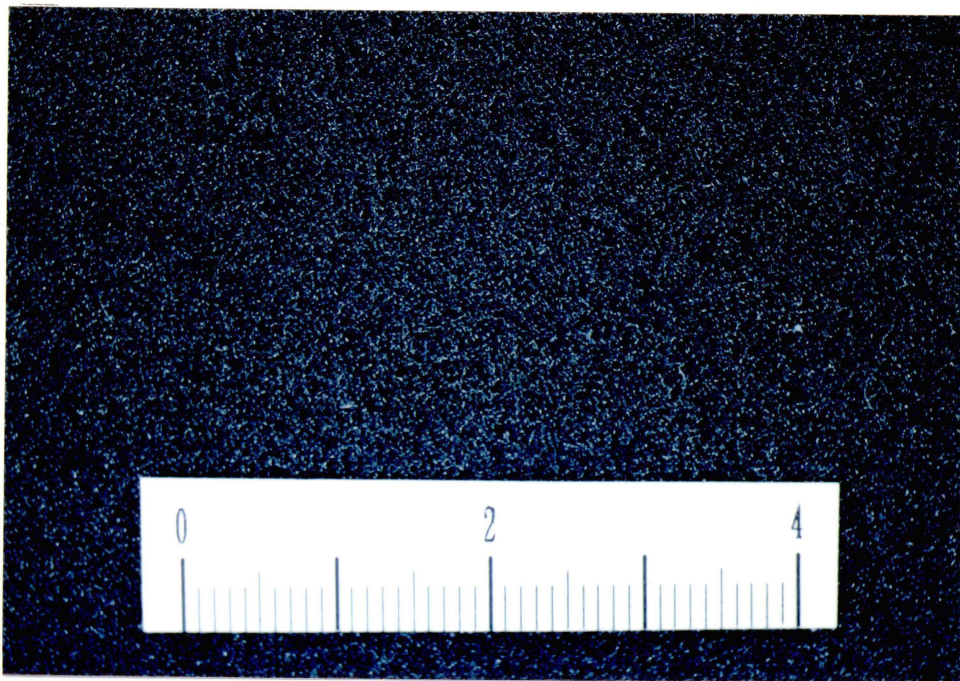


図 2.5 フォーム状弾性体のセル構造の写真 (オープンセル型, Felt type II)

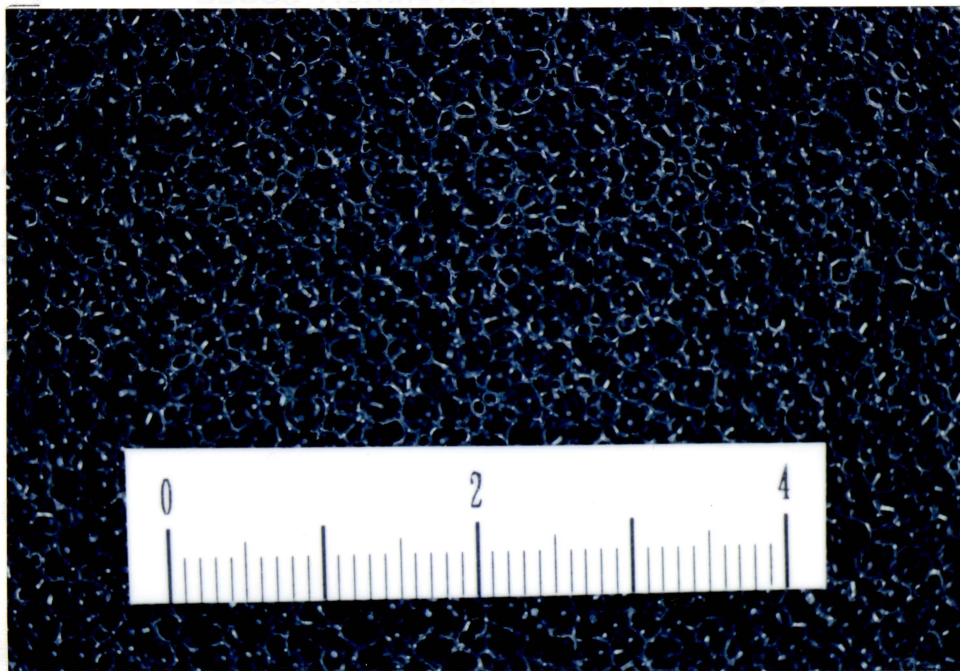


図 2.6 フォーム状弾性体のセル構造の写真 (オープンセル型, Net type)

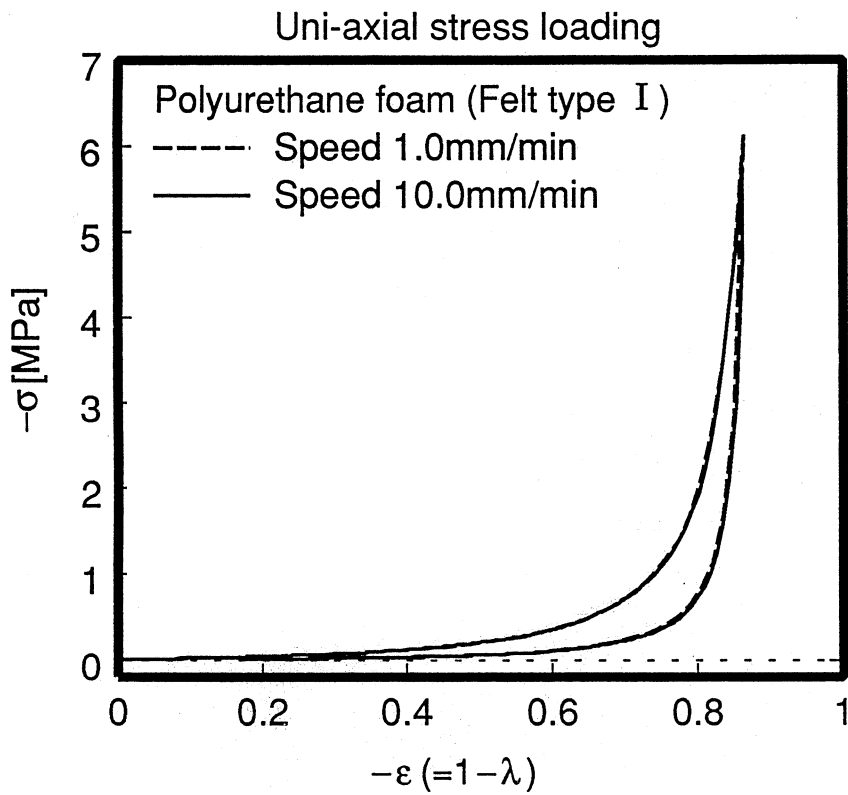


図 2.7 ポリウレタンフォームの実測応力-ひずみ曲線
(Uni-axial stress loading, オープンセル型, Felt type I)

Chapter 3

軟弾性体に関する静的材料特性試験

3.1 はじめに

衝撃波と軟弾性体との動的干渉を研究するにあたって、これらの実験に使用した個々の供試材の材料特性について調べ、考慮しておく必要がある。

本章では、まず実験に使用した軟弾性体の材料特性試験として(圧縮)試験機を用いた。すなわち各種負荷速度で試験を行うことにより、静的材料特性のみならず、ある程度の動的条件下での特性も求めて、その影響を検討する。また、単軸圧縮試験における各種の条件において試料の負荷、除荷の圧縮試験を行い軟弾性体の応力とひずみ関係に及ぼす影響を検討することで材料特性を調べることにした。

3.2 試験装置の概要及び試験法

圧縮試験機は((株) 島津製作所製の精密万能試験機 AG-500A)を使用した。この圧縮試験装置の模式図を図 3.1 に示す。本試験装置は、試験機本体及び、自動荷重-ひずみ制御装置で構成されている。

軸変位は、クロスヘッドの移動量、軸荷重は、ストレインゲージを用いたロードセルで、それぞれ電気出力に変換し、検出することで同時に測定を行える。またクロスヘッドの移動量を設定することで、試験機の送り速度を任意に選ぶことができる。そして、それぞれのデータをパーソナルコンピュータによって処理することで、応力とひずみの関係結果を求める。

3.3 供試材について

軟弾性体は、変形による体積変化によって非圧縮性物体(体積変化なし)から見かけの圧縮性物体(体積変化あり)に到る特性変化が見られる。すなわちゴムのような可変形の非圧縮性の単相媒体から、ポリウレタンフォームのような固気混相の媒体

表 3.1 使用したポリウレタンゴムの物性表

ポリウレタンゴム	
空隙率 ϕ_g [%]	0
密度 ρ_c [kg/m ³]	1219
セル構造 (織り方)	ゴム状

表 3.2 使用したポリウレタンフォームの物性表

記号 \ 種類	ポリウレタンフォーム		
	Felt type I	Felt type II	Net type
空隙率 ϕ_g [%]	76.0	97.8	97.7
密度 ρ_c [kg/m ³]	290.0	26.3	27.5
セル数 [cells/25mm]	70	47~53	11~16
セル構造 (織り方)	緻密なフェルト状	フェルト状	ネット状

まで、単体に近い状態から固相と気相から成る弾性二相媒体と考える方が適切な物体まで、特性の違いが見られる。

本研究で使用したゴムはポリエステル系ウレタンエラストマ (ポリウレタンゴム)⁽¹³⁾、またフォーム状弾性体は、ポリエステル系軟質ポリウレタン・スラブフォーム (ポリウレタンフォーム)^{(16)~(21)}である。

表 3.1,3.2 に本研究で使用したこれら軟弾性体の公称物性値を示す。

3.4 試験方法

非圧縮性物体、圧縮性物体のそれぞれの試料、ゴム及びフォームについて、図 3.2 に示すような縦の主軸 (x 軸) 方向の荷重に対して、主軸方向の伸縮のほかに

1. 単軸応力荷重 (Uni-axial stress loading: 左右両横方向に自由に伸び縮みできる負荷のかけ方)
2. 単軸ひずみ荷重 (Uni-axial strain loading: 縦方向にのみ伸び縮みすることができる負荷のかけ方)

の上記の条件下において試験を行った。

すなわち、ゴム及びフォームに最大荷重を 2.45kN で圧縮負荷をそれぞれ連続的に加減し、負荷および除荷における試験機の進行速度を変えた試験を行った。弾性体などを圧縮試験する場合は、弾性体内部の物性が初めての加圧により変化するた

め、応力-ひずみ曲線が1回目と2回目の曲線が一致しない事が知られている⁽¹⁵⁾。よって物性を安定させるため本試験では、同一試験片の第3回目の加負荷過程における測定値を利用することとした。また、弾性体内部の発熱も考慮し、繰り返し試験の間に停止時間を数分設けることとした。

試験試料の寸法は寸法公差を考慮するために、ゴムおよびフォームに関しては実験に使用した寸法(第4章参照)が、圧縮試験機の加圧板より大きいため、今回の試験では、直径と高さが同じでありかつ、横方向の最大ひずみが生じた時、加圧板からはみ出さない寸法とすることにした。

今回行った、試験条件を以下に示す。

ポリウレタンゴム：

1. 試験試料寸法 ポリウレタンゴム $\phi 22.5 \times 22.5$ mm
2. 試験機の進行速度 1.0mm/min, 30.0mm/min
3. 最大荷重 2.45kN
4. 荷重条件 単軸応力荷重 (Uni-axial stress loading)
5. 試験室条件 大気圧, 室温

ポリウレタンフォーム (Felt type I, II, Net type)

1. 試験試料寸法 ポリウレタンフォーム $\phi 22.5 \times 22.5$ mm
2. 試験機の進行速度 1.0mm/min, 10.0mm/min,
3. 最大荷重 2.45kN(Felt type I), 55.5N(Felt type II, Net type)
4. 荷重条件 単軸応力荷重 (Uni-axial stress loading),
単軸ひずみ荷重 (Uni-axial strain loading)
5. 試験室条件 大気圧, 室温

これらの条件によって行われた圧縮試験で加えた荷重を変形前の断面積で割った応力(公称応力 σ , 引張り応力の時正とする)と、材料変形前の長さを1として、負荷を加えて長さが λ に縮んだと考え求めたひずみを ϵ として $-\epsilon = 1 - \lambda$ を用いて、応力とひずみとの関係について調べた。

3.5 試験結果及び考察

図 3.3 は、ポリウレタンゴムに関して、単軸応力荷重条件の下でそれぞれ試験機の荷重付加によるテストピースの変位進行速度 1mm/min 及び 30mm/min における応力-ひずみ曲線を示す。また図中の実線と点線は、式(2.8)を用いて実験曲線と最

も合致するゴムの弾性係数 G の値を選定し ($G=0.64\text{MPa}$) 計算により求めた近似曲線が示されている。

図 3.3 の試験結果より、ポリウレタンゴムは変位進行速度の違いによる曲線の違いはほとんど見られず、ヒステリシスサイクルは発生していない。また、近似曲線と測定値はよく合致しているが、最大応力付近でわずかながら負荷過程と除荷過程の試験曲線に違いが生じていることがわかる。

フォーム状弾性体に関する試験結果の一例を図 3.4~図 3.10 に示す。

オープンセル型の緻密なフォーム状弾性体 (Felt type I) の場合、図 3.4 は単軸応力荷重、図 3.5 は単軸ひずみ荷重条件の下で、テストピースの変位進行速度 1 及び 10mm/min における応力-ひずみ曲線を示している。図 3.4 において、単軸応力荷重の試験の結果は、速度が速い場合、遅い場合とも応力とひずみ関係に大差がないことがわかる。次に図 3.5 において、単軸ひずみ荷重の試験の結果においても、応力-ひずみ曲線に差がほとんど差は見られない。Felt type I の応力とひずみ関係の特徴として、ひずみが微小の時にバックリング現象を起こし、加圧の初期段階では曲線の勾配は極めて低く、僅かな応力でフォームが押しつぶされて初期段階から、ひずみのみが増大している。この領域を越えると応力が増大し、ひずみが余り増加しないと考えられる。特に荷重が大きい場合には応力とひずみの関係が、非線形的曲線で表されることが解った。また、これら負荷、除荷の連続過程で得た試験結果、応力-ひずみ曲線図において、試験の速さに関わらずいずれの場合においても負荷過程と除荷過程との間に大きなヒステリシスサイクルが発生している。このヒステリシスサイクルは、mm/min のレンジで試験機の荷重付加によるテストピースの変位進行速度を変化させてもほとんど変わらないことがわかる。

オープンセル型の空隙率が高いフォーム状弾性体 (Felt type II 及び Net type) の場合、図 3.6 は単軸応力荷重、図 3.7 は単軸ひずみ荷重の荷重条件の下で、テストピースの変位進行速度 10mm/min における応力-ひずみ曲線を示す。各図中の実線は Felt type II、破線は Net type の試験結果である。使用した高い空隙率のポリウレタンフォームは、Felt type I と比較すると同じひずみが約 1/50 の応力 (外力) で生じており、非常に柔らかい事が確認できる。また、加圧初期でかつひずみが小さい段階において線形の弾性領域が存在することが確認できる。これは緻密なフォーム状弾性体 (Felt type I) には見られなかった傾向である。また、線形の弾性領域を越えるとバックリングを起こし、ひずみがかなり増して後応力が急増するという傾向が見られる。また、Felt type II 及び Net type のフォーム状弾性体においても、Felt type I と同様に荷重が大きい場合には応力とひずみの関係が非線形的曲線で表されることが解った。これらの応力-ひずみ曲線図においても Felt type I と同様に負荷過程と除荷過程との間にヒステリシスサイクルが発生しているのが確認できる。

図 3.8~図 3.10 は試験機の変位速度 10mm/min における単軸応力荷重、単軸ひずみ荷重条件による応力-ひずみ曲線の違いを示す。図 3.8 は Felt type I、図 3.9 は Felt type II、図 3.10 は Net type の試験結果である。各図中の実線は単軸応力荷重、破線は単軸ひずみ荷重の試験結果である。

図 3.8 において Felt type I のポリウレタンフォームに対して、テストピースの変

位進行速度が一定で荷重条件の違いによる変化をみると、単軸ひずみ荷重条件の方が単軸応力荷重の条件に比べ最大ひずみ量が約1割程度低くなり、このため曲線の勾配が全般に高くなることも確認できる。

図 3.9,3.10 において Felt type II および Net type のポリウレタンフォームに対し、テストピースの変位進行速度が一定で荷重条件の違いによる変化はほとんど見られない。従って、空隙率が高くなると見かけの密度が低いために、フォーム内部の空気の入りが大きいために荷重による変化は見られない。

これら全ての試験においてフォームではゴムよりもはっきりしたヒステリシスサイクルが確認され、加圧初期に速やかに縮み、その後急激に硬化し、大きな圧縮荷重を加えてもひずみがあまり増えなり硬くなることがわかる。

次に、Felt type I において、試験を単軸圧縮応力荷重条件でテストピースの変位進行速度が 1mm/min の速さにおいて、横方向の伸びをビデオカメラを用い、同時に測定した結果、横方向の最大ひずみは約 0.3(全長は 1.3) 倍程度であった。この測定によって求めた横方向のひずみ (ϵ_r) から縦方向のひずみ (ϵ_x) との関係調べ図 3.11 に示す。

図 3.11 の結果より横ひずみは、縦ひずみが 0.5 付近に達するまでは、負荷、除荷過程共に横方向にも変形をしている。その後横ひずみは、縦ひずみの増加と共に増えるが、変形量はひずみが小さい時に比べて少ない。横ひずみの最大値約 0.35 を示す。これらのことから、ポリウレタンフォームは、変形中にセル構造自体の変形とセル構造内部での空気の入りによって、著しく縦方向に変形しても横方向の変形はゴムに比べて少ないことがわかる。また、空気の入りが終わると一般的なゴムのポアソン比である $\nu \cong 0.45 \sim 0.49$ の値に近づくことが確認できる。これはゴムなどの非圧縮性物体とは違った、ポリウレタンフォームなど多孔質媒体の大きな特徴である。

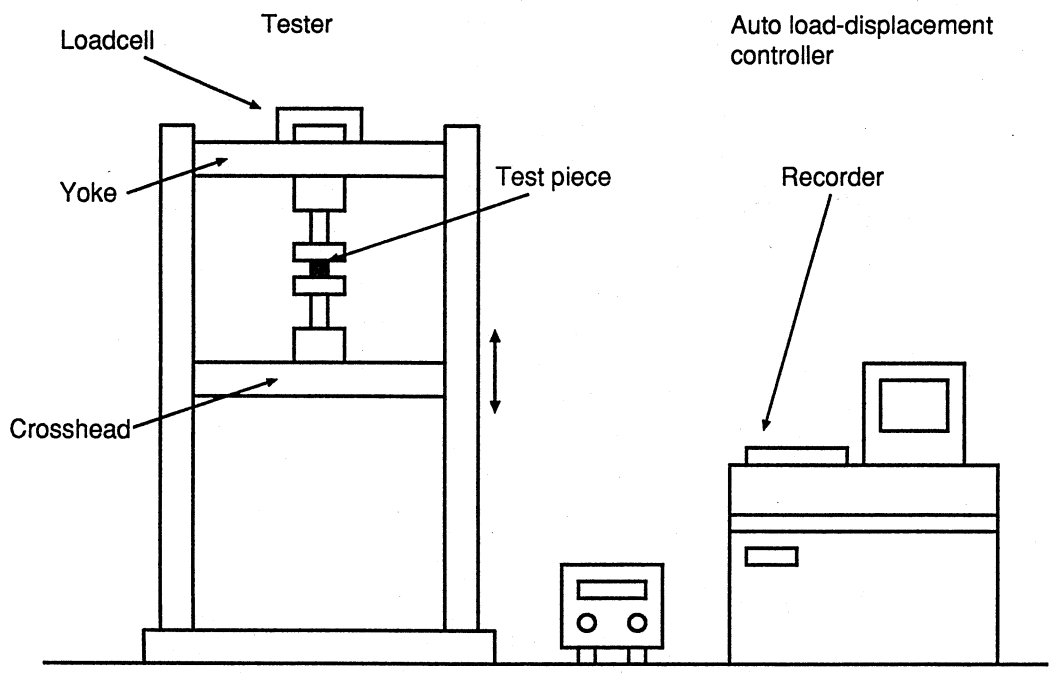


図 3.1 圧縮試験機の模式図

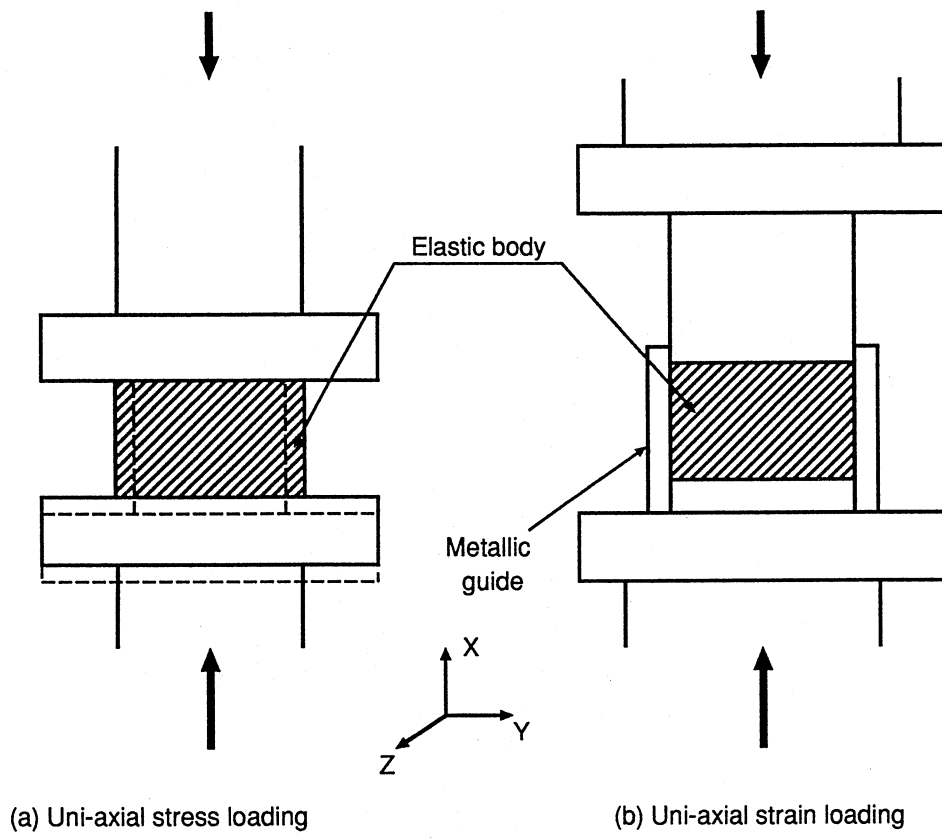


図 3.2 材料特性試験モデル

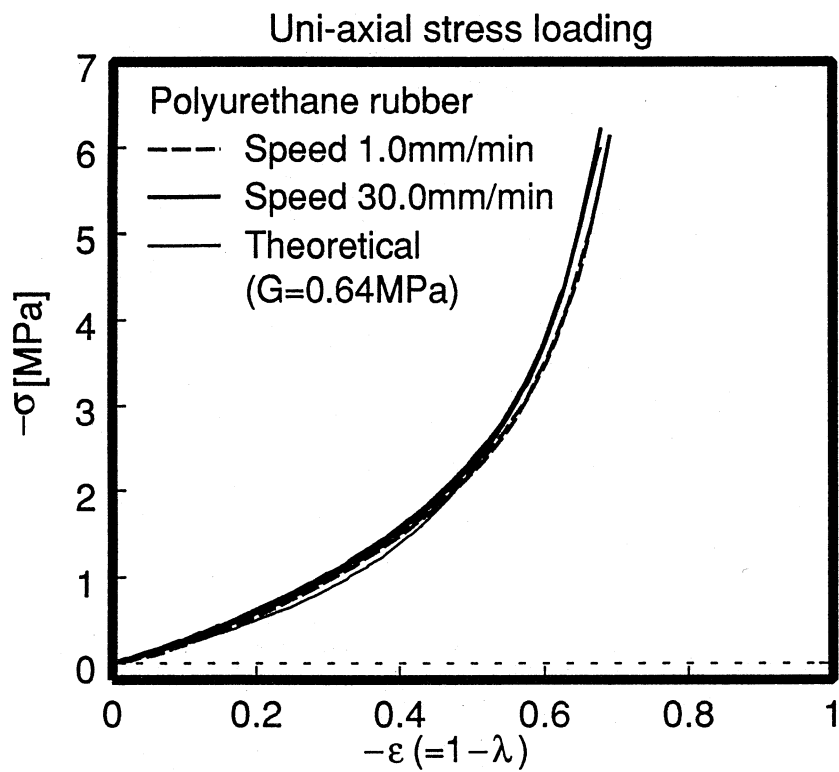


図 3.3 ポリウレタンゴムの実測応力-ひずみ曲線
(Uni-axial stress loading, 理論曲線 $\sigma = G(\lambda - \lambda^{-2})$; $G=0.64\text{MPa}$)

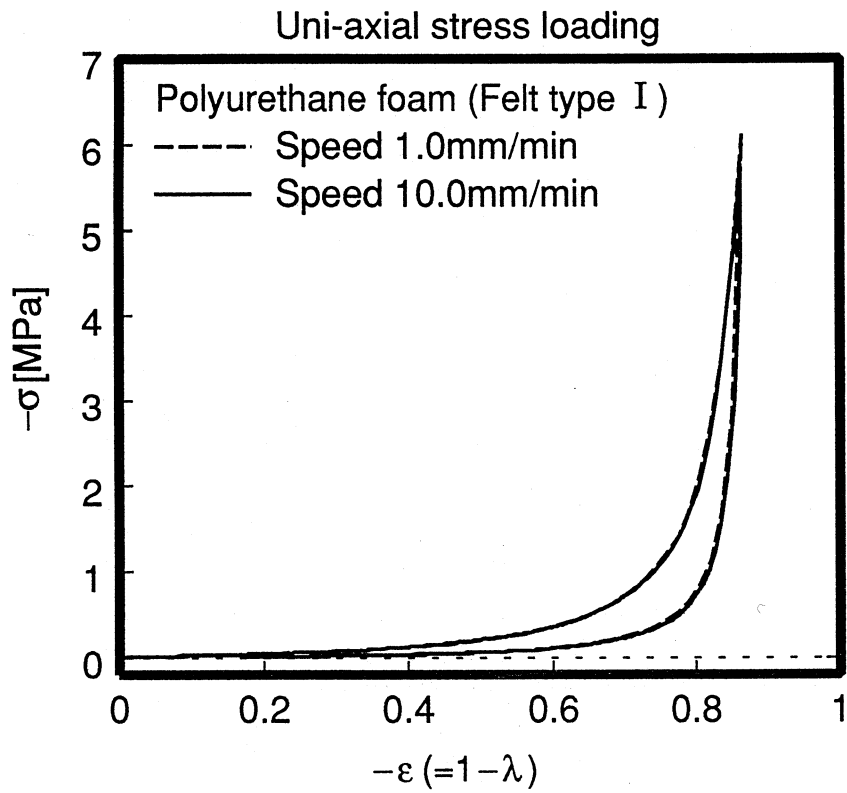


図 3.4 ポリウレタンフォームの実測応力-ひずみ曲線
 (Uni-axial stress loading, Felt type I)

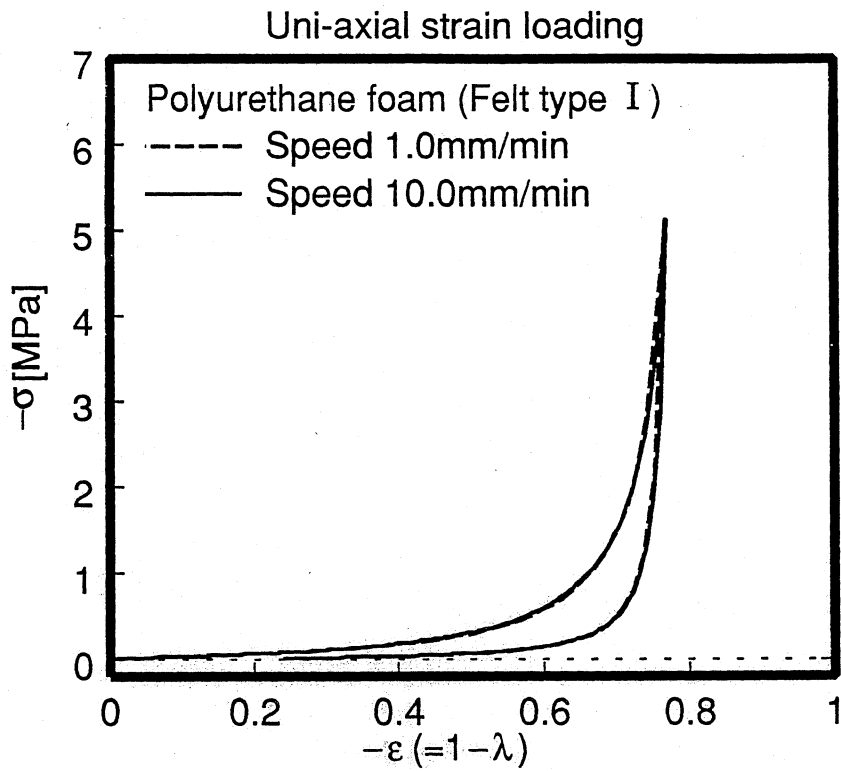


図 3.5 ポリウレタンフォームの実測応力-ひずみ曲線
(Uni-axial strain loading, Felt type I)

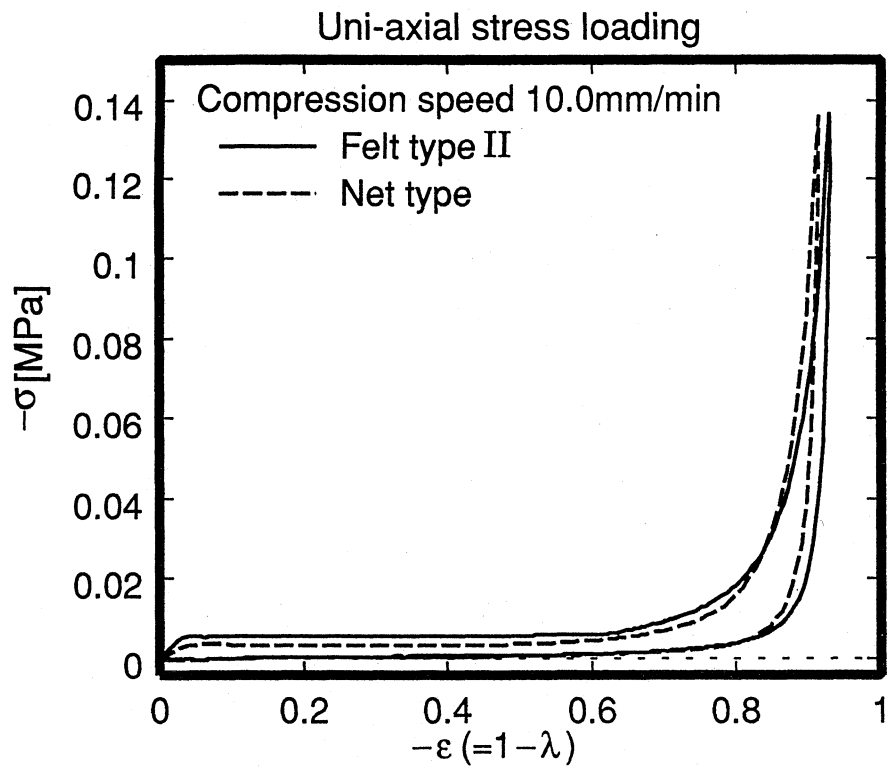


図 3.6 ポリウレタンフォームの実測応力-ひずみ曲線
(Uni-axial stress loading, Felt type II, Net type)

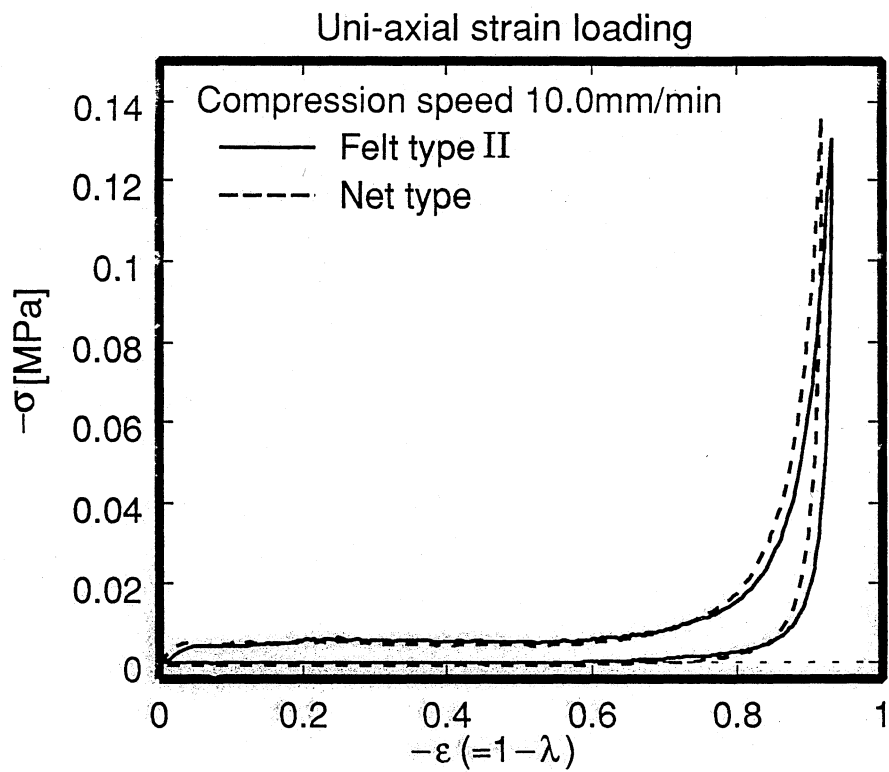


図 3.7 ポリウレタンフォームの実測応力-ひずみ曲線
(Uni-axial strain loading, Felt type II, Net type)

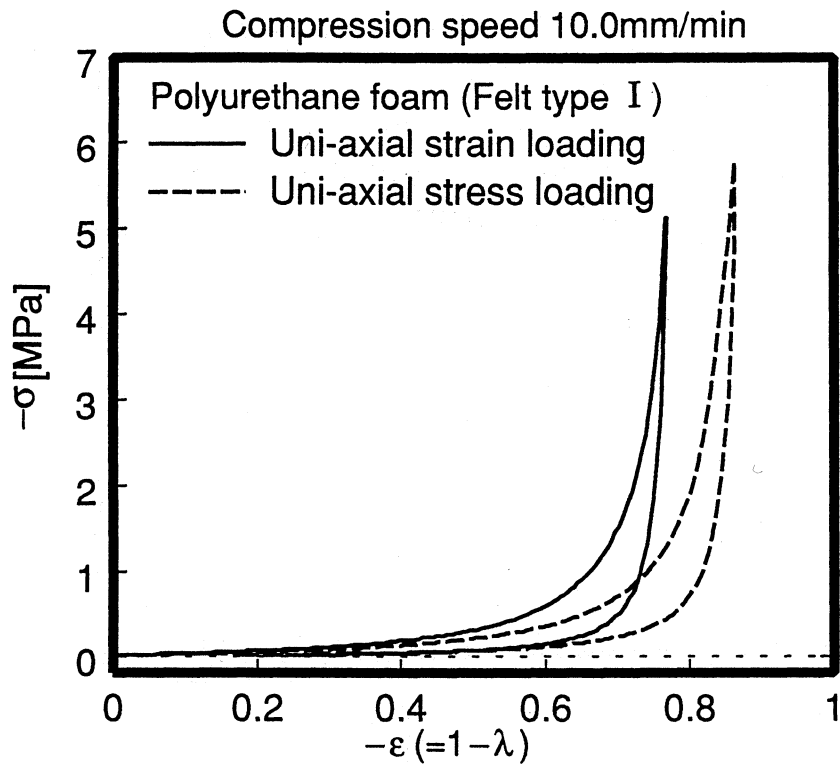


図 3.8 荷重条件の違いによる応力-ひずみ曲線の比較 (Felt type I)

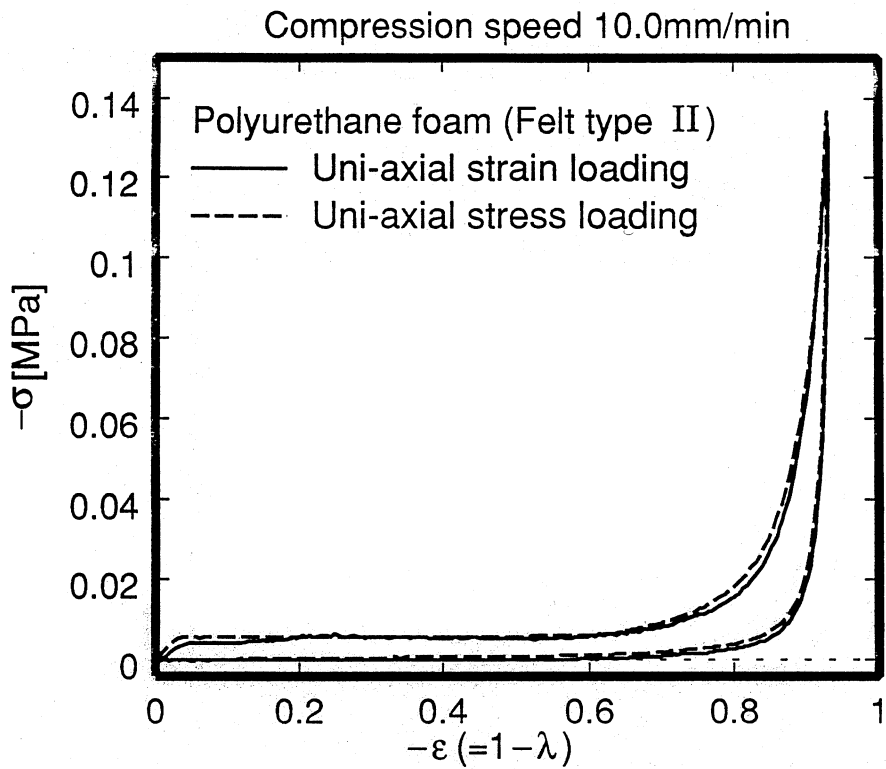


図 3.9 荷重条件の違いによる応力-ひずみ曲線の比較 (Felt type II)

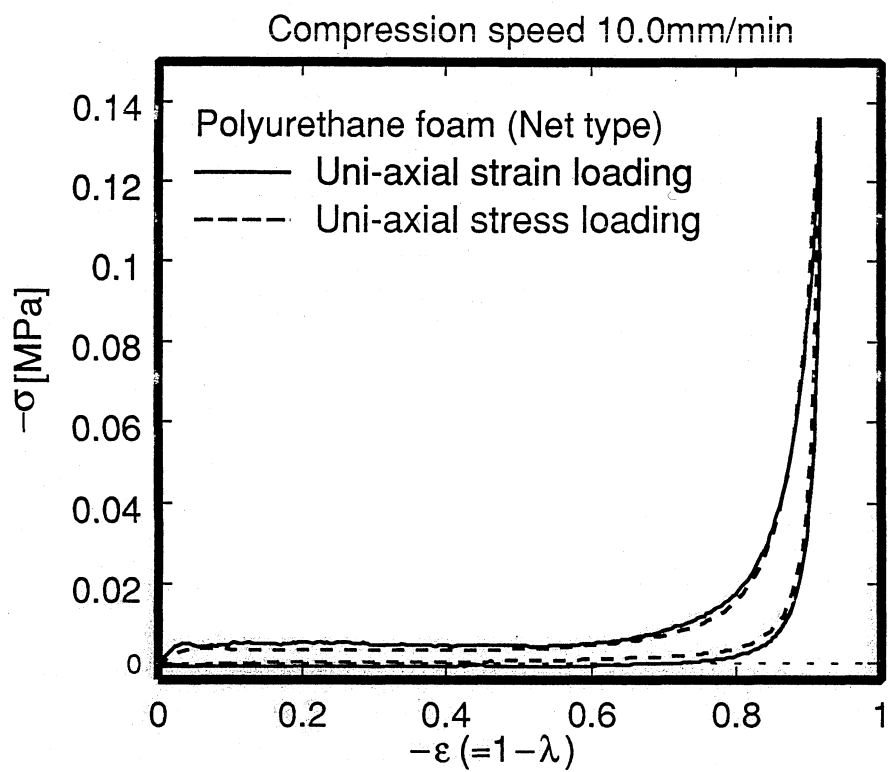


図 3.10 荷重条件の違いによる応力-ひずみ曲線の比較 (Net type)

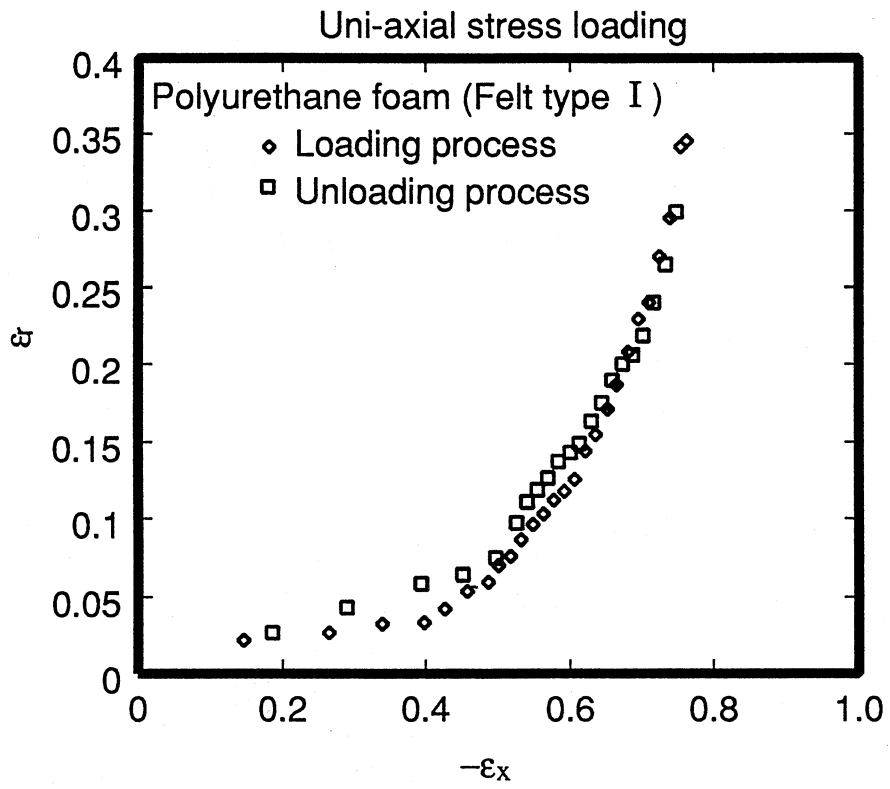


図 3.11 縦ひずみ ϵ_x と横ひずみ ϵ_r との関係

Chapter 4

衝撃波の衝突による軟弾性体の非定常な一次元変動の実験

4.1 はじめに

本章では、空隙率 0% のゴムのような単体扱いの領域と、空隙率 (Porosity) が高くて気体衝撃波がフォーム内に貫入する二相問題領域と、両者の中間領域など、軟弾性体の空隙率の違いによる干渉の基本的特徴の差異を実験的に調べる。すなわち、各種空隙率の軟弾性体を用いて、一次元的取り扱いで問題を単純化することによって現象の分析を容易にする方法を採用し、軟弾性体と気体衝撃波との干渉特性を基礎的に調べる事とする。

4.2 実験装置の概要

本実験では、一次元非定常流れとして流れを扱うことから、1979年に愛知工業大学に設置された衝撃波風洞⁽³⁷⁾から、超音速ノズルを含んだ測定部及び真空タンクを取り外し、新たに管後端にフォーム等を設置するための円筒測定部を設け実験を行う。衝撃波管系の写真を図 4.1, 測定部を備え付けた衝撃波管の概略図を図 4.2, 測定部の詳細については図 4.3~4.5 に示す。

本実験装置 (全長 10765 mm) は、急速開口弁を備えた高圧室 (容量 0.0364 m³, 使用最高可能圧力 3.04 MPa), および低圧部 (全長 9565mm, 内径 124 mm) から構成される。測定部には、衝撃波が軟弾性体に衝突する直前の壁圧と、衝撃波が軟弾性体に衝突した直後の壁圧 (応力) を圧力センサ (ピエゾ抵抗型) によって測定できるように圧力孔 (点 C, D) を設ける。また、衝突直後の軟弾性体後端での応力を直接、圧力センサで測定するため、軟弾性体後端と圧力センサの受圧面を接触直前の位置に圧力センサを設置する。

図 4.2 の点 A, B, C, D に設けられた圧力センサから、直流増幅器, マルチチャンネル波形解析装置を通して出力をメモリーに入れ、パーソナルコンピュータを用いて

それぞれの点の圧力，応力を測定し解析を行う方法を採用する。

4.3 実験方法

実験は，室温下で，作動流体として空気を使用し，高圧側圧力 P_4 を $0.73\text{MPa}(7\text{kg}/\text{cm}^2)$ ， $1.47\text{MPa}(14\text{kgf}/\text{cm}^2)$ ， $1.96\text{MPa}(19\text{kgf}/\text{cm}^2)$ および $2.45\text{MPa}(24\text{kgf}/\text{cm}^2)$ ，低圧側は大気圧に調圧し，これから得られる入射衝撃波マッハ数 $M_s=1.5, 1.7, 1.8, 1.9$ の 4 種類 (4.4 参照) を用いて行う。また，管端末に設置する試料として直径 70mm ，厚さ 30mm のポリウレタンゴム (図 4.6) を単軸応力荷重状態で設置した場合 (End wall of rubber)，直径 122mm ，厚さ 30mm および 60mm のフォーム状弾性体 (ポリエステル系ウレタンフォーム)(図 4.7~4.9) を単軸ひずみ荷重状態で設置した場合 (End wall of foam)，軟弾性体がない (Rigid wall) の場合について実験を行った。すなわち，まず測定部管端が軟弾性体なしである場合における圧力変化の特徴を調べ，次に管端に軟弾性体を設置した場合の軟弾性体前のガス圧力及び軟弾性体後端における応力 (主応力 σ_t ，フォーム空隙のガス圧を含む) 変動を測定し，特徴を調べ比較を行った。ただし，ポリウレタンゴムの前縁には実験の次元性を保つために厚み 2mm ，直径 122mm ，質量 0.08086kg のアルミ円形板を取り付けた。このアルミ板については，強度を増すためのガイド付きのものを制作し摩擦による抵抗を減らすため，管壁と点接触になるように球ベアリングを取り付け潤滑剤を塗った。

ゴム，フォームの物性値及び統計力学的性質については，第 3 章 (表 3.1, 3.2) に記載してある。

4.4 衝撃波管内の圧力状態

衝撃波管のある時刻における流れの圧力分布が，図 4.10 で表されるとすると，高圧室 (P_4) 及び低圧室 (P_1) の初期設定圧力比より，入射衝撃波マッハ数の理論値 M_s は，以下の式によって求めることが出来る^{(38)~(40)}。

$$\frac{P_4}{P_1} = \frac{2\gamma_1 M_s^2 - (\gamma_1 - 1)}{\gamma_1 + 1} \left[1 - \frac{\gamma_4 - 1}{\gamma_1 + 1} \frac{a_1}{a_4} \left(M_s - \frac{1}{M_s} \right) \right]^{-\frac{2\gamma_4}{\gamma_4 - 1}} \quad (4.1)$$

また，この入射衝撃波マッハ数を用いることで，衝撃波直後の圧力 P_2 および反射衝撃波後方の圧力 P_5 は，

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma_1 M_s^2 - (\gamma_1 - 1)}{\gamma_1 + 1} \quad (4.2)$$

$$\frac{P_5}{P_2} = \frac{(3\gamma_1 - 1)M_s^2 - 2(\gamma_1 - 1)}{(\gamma_1 - 1)M_s^2 + 2} \quad (4.3)$$

となる。ここで， γ_1, γ_4 は低圧室，高圧室に用いた試料気体，駆動気体の種類によって決まる比熱比である。

これらの式より衝撃波前後の圧力比，及び反射衝撃波前後の圧力比の関係が求められ衝撃波管内の圧力状態を知ることが出来る。

4.5 実験結果及び変動の特徴

4.5.1 固定端の場合の圧力波形特性

図 4.2 に示した圧力孔 A,C,D から測定した圧力の時間経過 (点 A を衝撃波が通過した時を 0.0ms とする) を図 4.11, 4.12 に示す。なお，圧力波形は多点式デジタルメモリに記憶させたものから再現したものである。

個々の衝撃波の特性を示す方法として，作動筒内を伝播する入射衝撃波のマッハ数を求めることが一般的に知られている。よって，この入射衝撃波マッハ数を理論計算及び固定端を使用した場合の圧力波形双方より求め比較し，本実験装置の特性を調べる。

(a) 入射衝撃波マッハ数を理論から求める方法

式 (4.1) を用いて，作動流体は空気であることから，音速 $a_4 = a_1$ ，比熱比 $\gamma_4 = \gamma_1 = 1.4$ である。ここに，初期設定圧力 $P_4 = 0.73, 1.47, 1.96, 2.45 \text{MPa}$ 及び $P_1 = 0.1 \text{MPa}$ をそれぞれ代入し， M_s に適当な値を入れることにより，入射衝撃波マッハ数の理論値 $M_s = 1.5, 1.7, 1.8, 1.9$ を得る。

(b) 圧力波形から求める方法

図 4.11, 4.12 は，衝撃波管駆動筒の初期高圧側設定圧力をそれぞれ $P_4 = 1.47, 2.45 \text{MPa}$ ，作動筒側初期圧は，各実験とも $P_1 = 0.1 \text{MPa}$ とし，管端にフォームを設置しない場合の各点における圧力波形の立ち上がり部分を示したものである。ここで点 A，D における衝撃波の立ち上がり始めの時間差と距離から求めた入射衝撃波の速度と，気体温度から求めた音速の比から実験的な衝撃波マッハ数 $(M_s)_{exp} = 1.66, 1.90$ を得る。これは初期設定圧力比から求めた理論値 1.7, 1.9 とほぼ一致する。

これらのことから本実験では，以後，理論的な入射衝撃波マッハ数 $M_s = 1.5, 1.7, 1.8, 1.9$ の表現を用いることとする。また，図 4.11 に関する点 A での経過時間 7.6ms 付近における圧力の立ち上がり及び図 4.12 に関する点 A での経過時間 7.2ms 付近における圧力の立ち上がりは，共に反射衝撃波によって生じたものである。この反射衝撃波後方の圧力は，入射衝撃波前後の圧力比と入射衝撃波マッハ数 M_s の関係式 (式 (4.3)) から算出することができ，この関係式より反射衝撃波後方の圧力 P_5 は，それぞれ 0.9, 1.3MPa となり，図 4.11, 4.12 で示された圧力の値とほぼ一致することがわかった。

4.5.2 軟弾性体の設置による波形への影響

(a) フォーム状弾性体の場合

Felt type Iにおいて、図 4.13,4.14 は衝撃波管駆動筒の初期設定圧力 $P_4=1.47, 2.45$ MPa としてフォーム状弾性体を設置した場合 ($L_{r0}=30\text{mm}$) の点 A,C における圧力波形の立ち上がり部分と、円筒形フォーム後端の中心点 D における主応力 (σ_t) を時間変化とともに示したものである。また、参考までに衝撃波管駆動筒の初期設定圧力 $P_4=2.45\text{MPa}$ の波形の比較的長い時間経過における結果を図 4.15 に示す。

図 4.11,4.12 においては、点 C,D における圧力波形の立ち上がり時間が殆ど同じであったのに対し、図 4.13 では応力波の到達時間差が 0.45ms 、図 4.14 では応力波の到達時間差が 0.35ms であることが確認できる。これよりフォーム中を伝播する応力波の平均の速さを求めた結果、実験的な応力波伝播速度は 85.1 及び 90.9m/s となる。空気側の入射衝撃波速度は 573 及び 640m/s であることから、フォーム中を伝播する応力波は気体中を伝播する衝撃波の速度の一桁低い約 $1/7$ の値であることがわかる。

また、これらフォーム中を伝播する応力波の速度と入射衝撃波マッハ数との関係を図 4.16 に示す。これより入射衝撃波マッハ数が増すと、応力波の速度も徐々に増えることがわかる。

さらに、図 4.13,4.14 における点 D の主応力 (σ_t) の波形に関して、波形の立ち上がり部分をみると、まず第一の過剰な応力が発生し、以後減衰振動に似た往復応力波が続く、点 A,C における圧力値に収束していく模様が見られる。この過剰な第一の応力上昇波は、解析によればフォーム中に、気体側の反射衝撃波によって生じた圧縮応力波が管の固定端末に到達して応力上昇し、固定端からの反射応力波が圧縮波であるために更に応力上昇が続くために生ずることが判る。即ち、フォームの質量による慣性力が過剰な動的応力を発生したと考えられる。また、初期設定圧力が小さくなれば減衰振動の周期が長くなることがわかる。図 4.13,4.14 における点 C(フォーム直前の衝撃波管側壁) の圧力波形に関して、特に $P_4=1.47\text{MPa}$ の場合に顕著に見られるが、空気の反射衝撃波で圧力がステップ上昇し、続いて更になだらかに上昇して終末値に到着するという衝撃波の部分的な緩和現象がみられる。

図 4.17 は初期高圧設定圧力 $P_4=1.47\text{MPa}$ 、図 4.18 は初期高圧設定圧力 $P_4=2.45\text{MPa}$ において、図 4.2 の点 D(ポリウレタンフォーム直後) における応力波の変化を、フォームを設置した場合と、固体壁の場合に分けて比較したものである。図より、フォームを設置した場合には明らかに応力波の到達の遅れが見られる。この遅れは、応力波がフォーム状弾性体中を伝播する速度が気体中を伝播する衝撃波に比べて遅いことから起きたと推察できる。

しかし、フォームを設置した場合、衝撃波管端における第一波の最大応力は、フォームなしの固体壁における反射衝撃波の圧力より過剰な応力が発生していることがわかる。波形の初期における往復応力波は、比較的短時間に収束していることから、フォーム自体の非線形な減衰形振動であると考えられる。

また、フォーム後端の主応力の変化について、動的最大応力と応力変動波形が収束した後の準静的応力との比を、DLF(Dynamic load factor: 動荷重係数) と定義する。この DLF と入射衝撃波マッハ数との関係を図 4.19 に示す。図より DLF は入射衝撃波マッハ数 $M_s=1.7\sim 1.9$ では約 3.3 を示すことがわかった。DLF は、通常、

気体の剛体反射では1, 金属のような弾性体表面では2として一般的に近似されている。

図4.20,4.21はフォームの初期長さを変えて設置した場合の点Dにおける主応力の変化を比較した結果を示す。図4.20は初期高圧設定圧力 $P_4=1.47\text{MPa}$, 図4.21は初期高圧設定圧力 $P_4=2.45\text{MPa}$ の結果である。これらより, フォームの初期長さを大きくすると減衰振動の周期が長くなり, 最大応力が大きくなることがわかる。これは, フォームの初期長さが大きくなると当然応力波の伝播時間が長くなる事とフォームの質量による慣性力が大きくなるためと考えられる。

Felt type II において, 図4.22は初期高圧設定圧力 $P_4=1.47\text{MPa}$, 図4.2の点D(ポリウレタンフォーム直後)における主応力の変化を, フォームを設置した場合 ($L_{r0}=60\text{mm}$) と固体壁の場合に分けて比較したものである。図より, Felt type I と同様に固定壁において, フォームを設置した場合は固体壁と比較すると応力波の遅れが見られる。つまり, 応力波がフォーム中を伝播する時は気体中に比べて遅いことがわかる。

図4.23は初期高圧設定圧力 $P_4=1.47\text{MPa}$, 図4.2の点D(ポリウレタンフォーム直後)における主応力の変化を, Felt type I と Felt type II の場合に分けて比較したものである。図中の太線は Felt type I, 細線は Felt type II の実験結果である。図より, ポリウレタンフォームの空隙率が高く, 密度が低くなるにつれて往復応力波の周期は短くなることがわかる。これはフォームの質量による慣性力の大きさとフォームの緻密さの違いによるためと考えられる。フォームを設置した場合の第1の最大応力は固定壁に比べて, それぞれのフォームの DLF は, Felt type I では約 3.3 倍, Felt type II では約 2.5 倍に達している。

図4.24は Felt type II のフォームを設置し, 初期設定圧力を変えて点Dにおける主応力の変化を比較した結果を示す。これより, 初期設定圧力が小さくなれば減衰振動の周期が長くなり, 最大ピーク応力は小さくなることがわかる。また, 初期設定圧力 $P_4=0.73\text{MPa}$ における DLF は, 約 1.7 倍に達している。この Felt type II の DLF と入射衝撃波マッハ数との関係を図4.25に示す。DLF は図より入射衝撃波マッハ数の増加によってしだいに増加していく模様が見られる。

次に, ネット状のフォーム状弾性体のようなセル構造が非常に粗いフォームでは, 弾性体後端の主応力の変化はガス圧のみを測定していることが考えられる。従って, 弾性体後端に膜を貼り付けた場合(ガス圧+主応力)と膜を貼り付けない場合の実験結果を比較し, その影響を調べた。この実験結果を図4.26に示す。図中の実線は弾性体後端に膜が貼り付けられていない場合, \diamond は膜を貼り付けた場合の実験結果である。図より, 弾性体後端の主応力の変化は膜を貼り付けてもほとんど差異がないことが確認できる。従って, 弾性体後端に膜を貼り付けなくても, 主応力の変化は今回行った干渉実験に影響を及ぼさないと考えられる。

図4.27はポリウレタンフォーム直後(図4.2の点D)における圧力波の変化をフェルト状のフォーム状弾性体とネット状のフォーム状弾性体の場合に分けて比較したものである。図中の太線は Felt type II, 細線は Net type の実験結果である。ネット状のフォーム状弾性体は, フェルト状のフォーム状弾性体のような急激な応力の

上昇は見られない。これは、ネット状のフォーム状弾性体がフェルト状のフォーム状弾性体に比べてセルの構造が粗く、気体衝撃波の透過性 (Permeability) が大きいために同じ空隙率でも二相流としての性質が強くなると考えられる。このような応力の上昇はフェルト状のフォーム状弾性体には見られない傾向でありネット状のフォーム状弾性体の特徴であると考えられる。ネット状のフォーム状弾性体は、固体壁のような急激な圧力の上昇が見られない。これは、セル数の少ない空隙率の高いフォーム内の隙間を気体衝撃波が一部反射し、一部分的に透過しているが、物体内を通過している間に気体衝撃波が若干弱められていることが考えられる。従って、本研究で使用した緻密なフォームの物性の違いが気体側の圧力波形に現れたと考えられる。

(b) ゴム状弾性体の場合

図 4.28 は衝撃波管駆動筒の初期設定圧力 $P_4=1.47\text{MPa}$ としてポリウレタンゴム (空隙率 0%) を設置した場合の点 A,C における圧力波形の立ち上がり部分と、円筒形フォーム後端の中心点 D における主応力 (σ_t) を時間経過とともに示したものである。

図 4.28 によると、入射衝撃波がポリウレタンゴムに取り付けたアルミ板に衝突すると次第に応力が上昇し、最大ピーク応力は 2.5 MPa を示し、その後約 0.6MPa までなだらかに低下し続いて振動が見られる。また、弾性体に加わる荷重状態は異なるが、ゴム状弾性体の方がフォーム状弾性体よりも応力の振動周期が長くなることが確認できる。これはポリウレタンゴムの質量による慣性力はフォームの質量による慣性力よりも大きいためと考えられる。

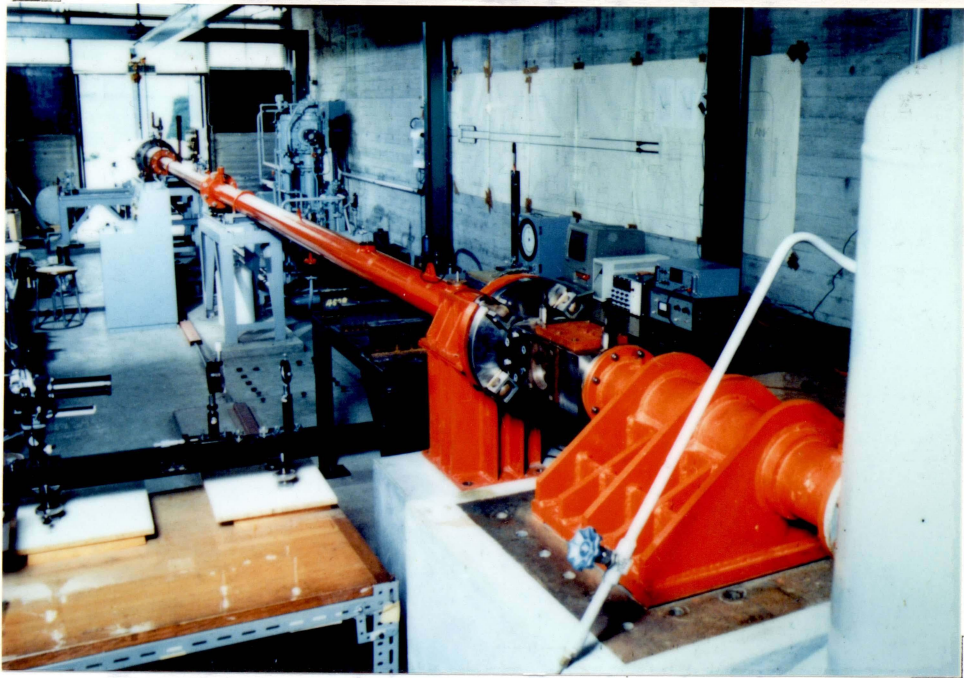


図 4.1 衝撃波管系の写真

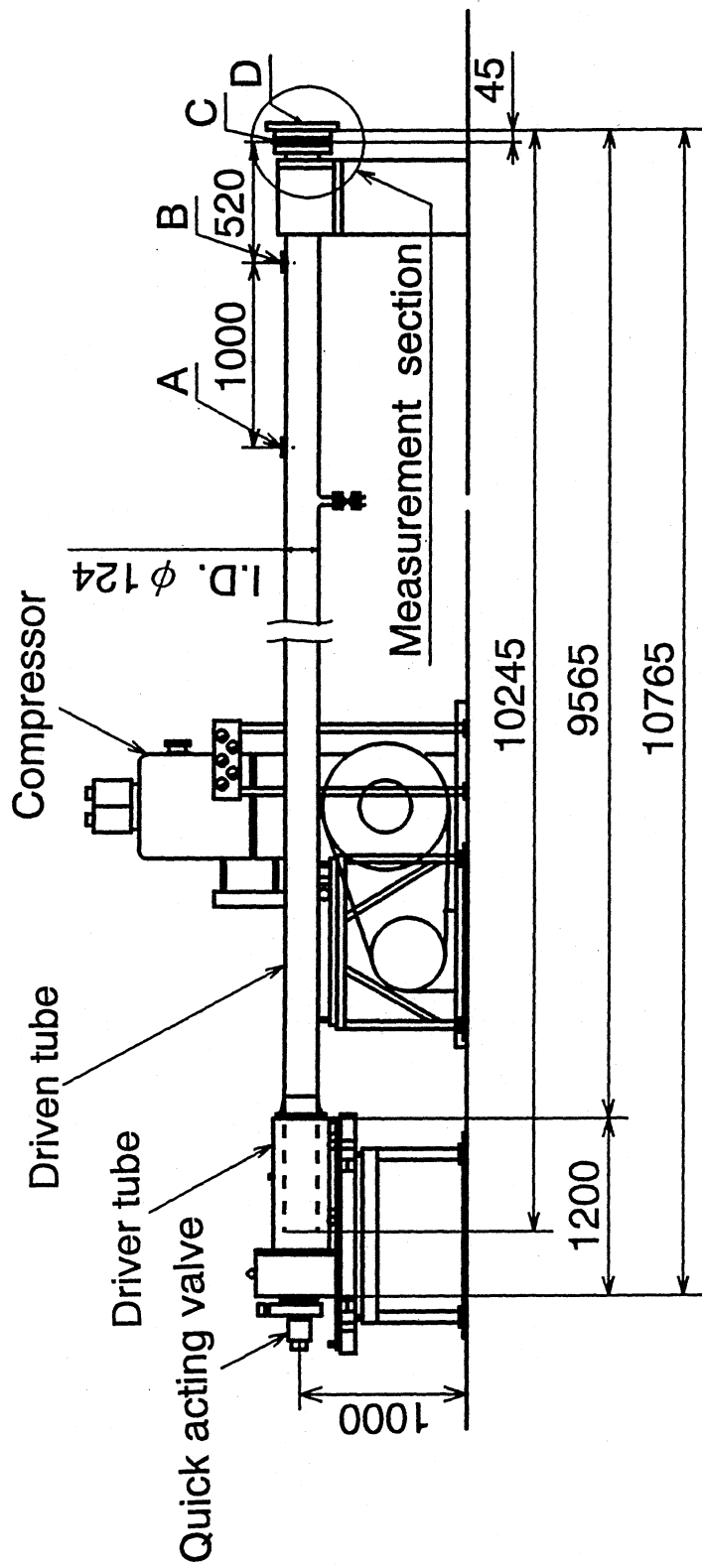


図 4.2 実験装置の概略図

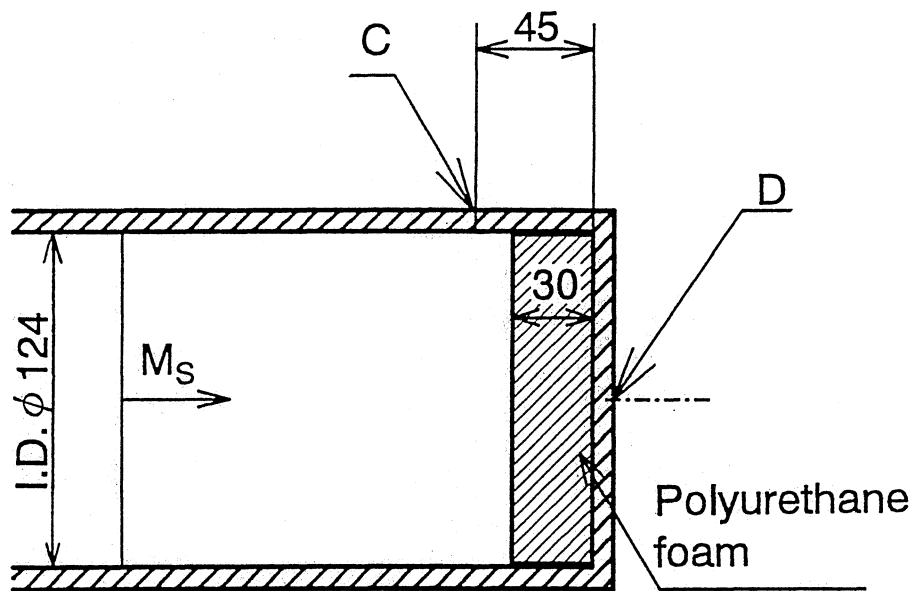


図 4.3 測定部の詳細図
 (Polyurethane foam, Uni-axial strain loading type, $L_{r0}=30\text{mm}$)

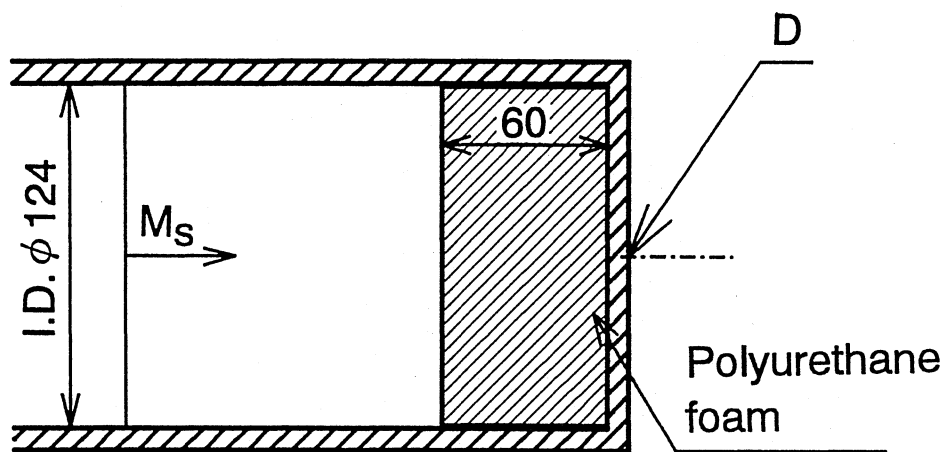


図 4.4 測定部の詳細図
(Polyurethane foam, Uni-axial strain loading type, $L_{r0}=60\text{mm}$)

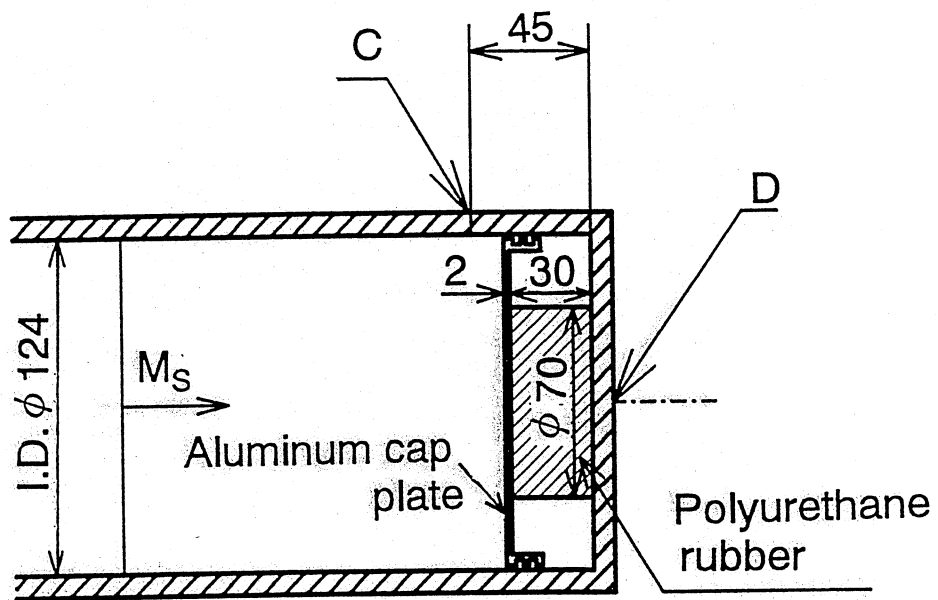


図 4.5 測定部の詳細図
 (Polyurethane rubber, Uni-axial stress loading type, $L_{r0}=30\text{mm}$)

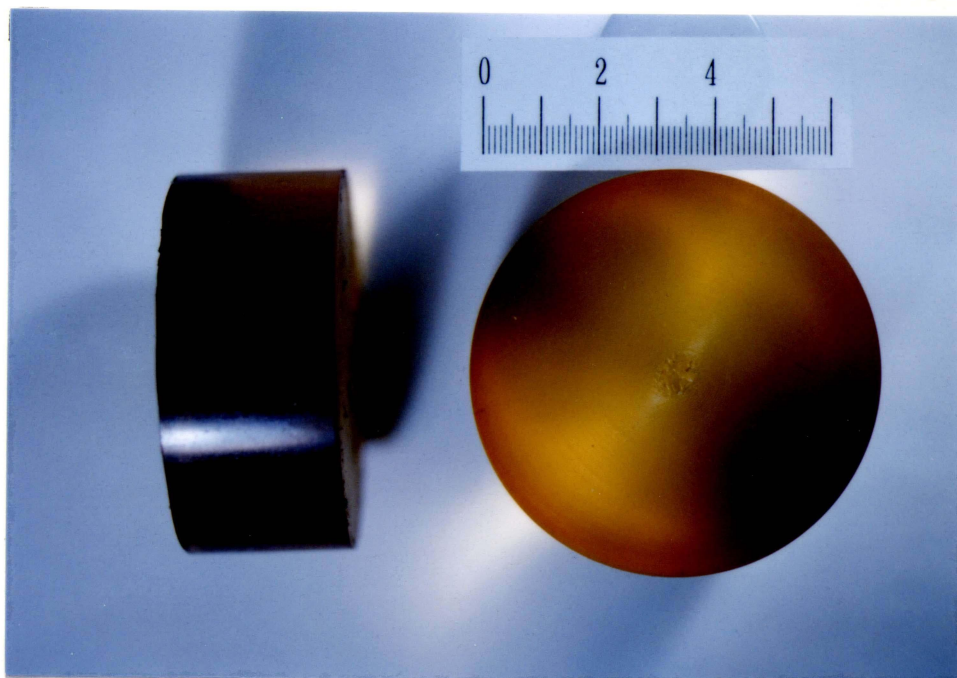


図 4.6 使用したポリウレタンゴム

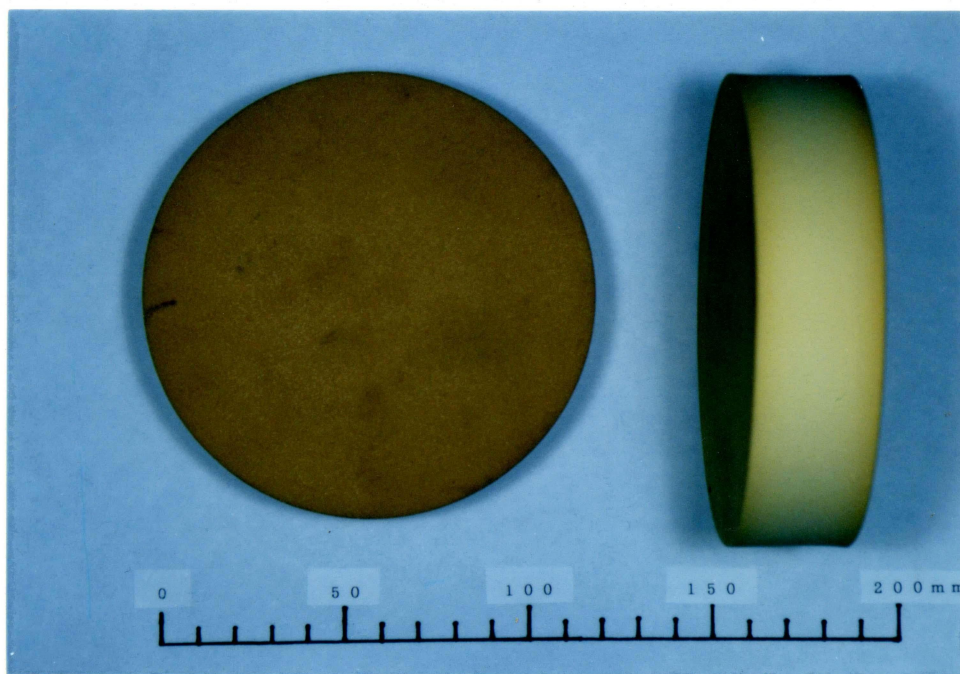


図 4.7 使用したポリウレタンフォーム (Felt type I)

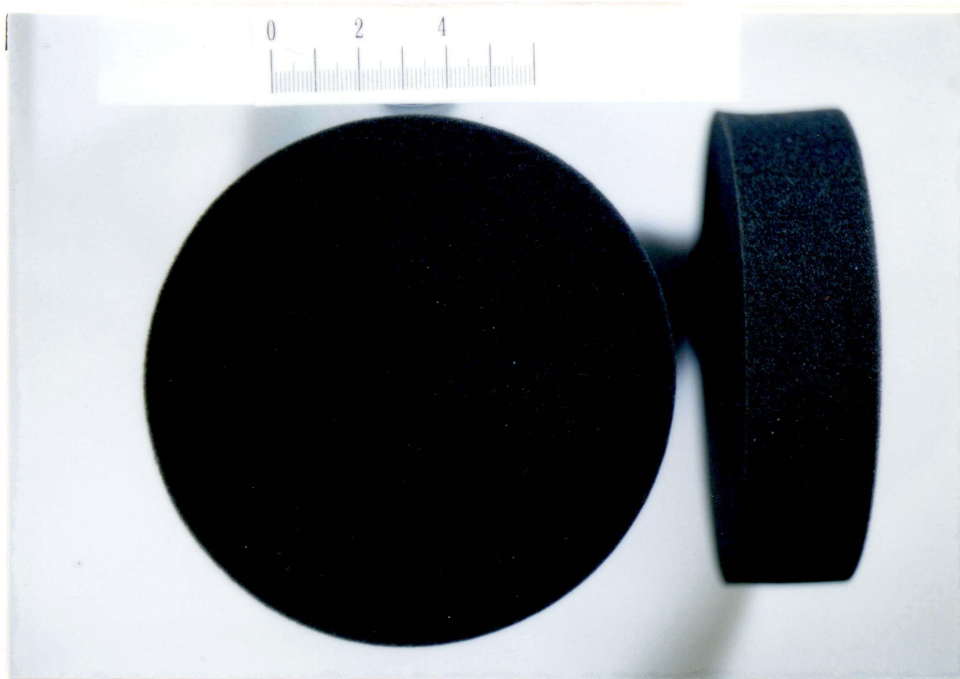


図 4.8 使用したポリウレタンフォーム (Felt type II)

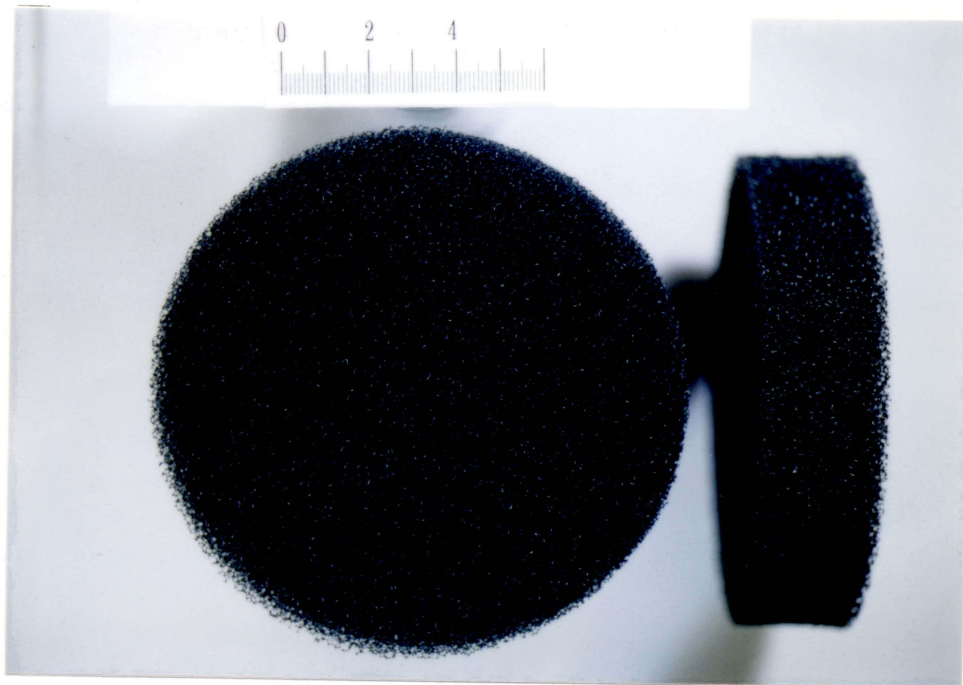


図 4.9 使用したポリウレタンフォーム (Net type)

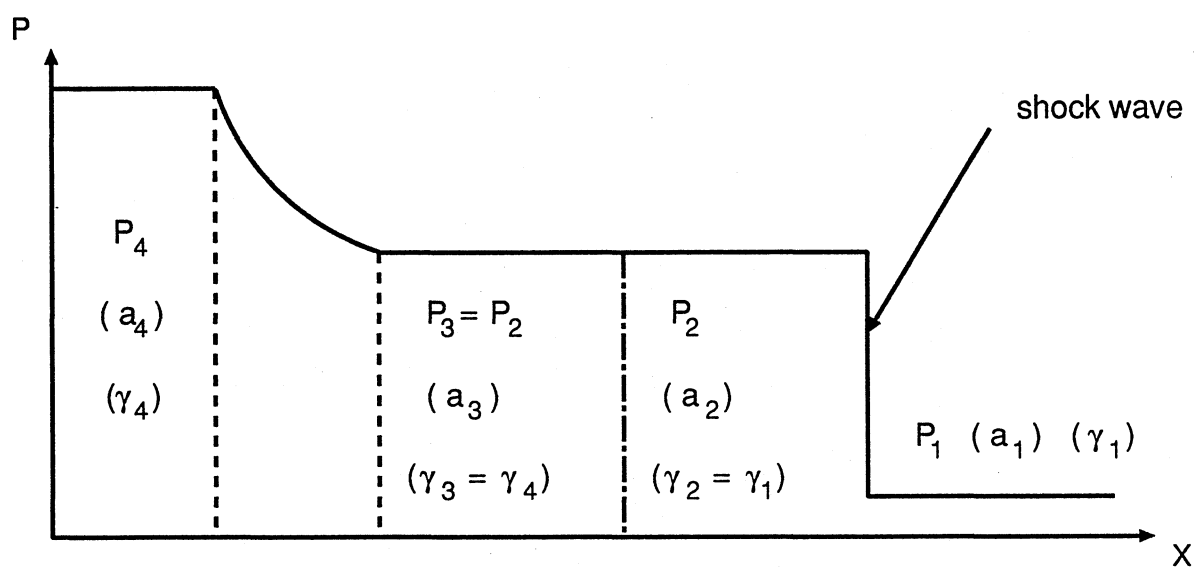


図 4.10 衝撃波前後の圧力変化

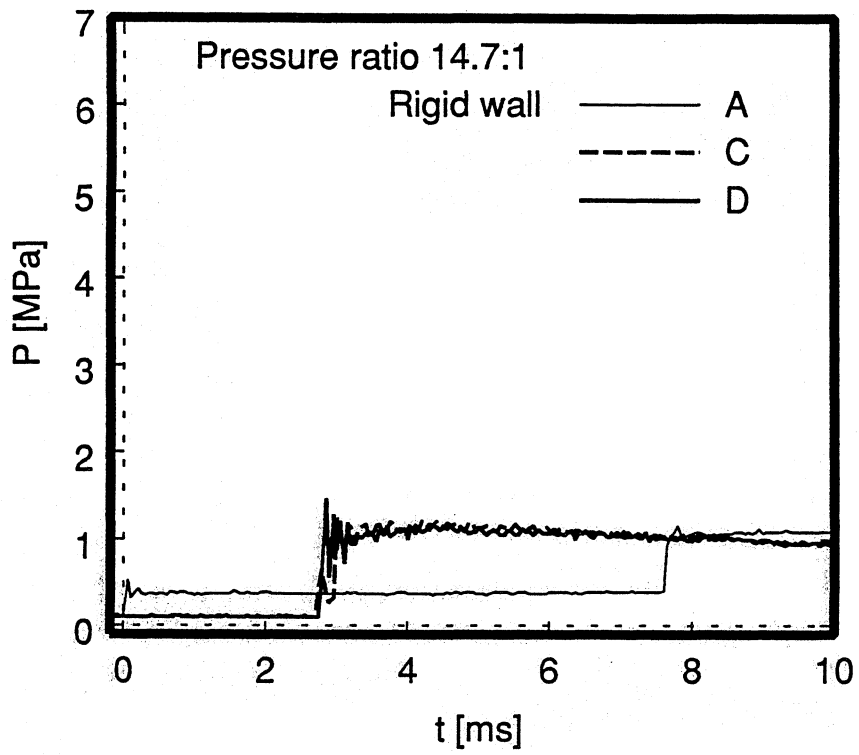


図 4.11 衝撃波管の各点 (A,C,D) における圧力の時間変化
(軟弾性体を設置しない場合, $P_4=1.47\text{MPa}$)

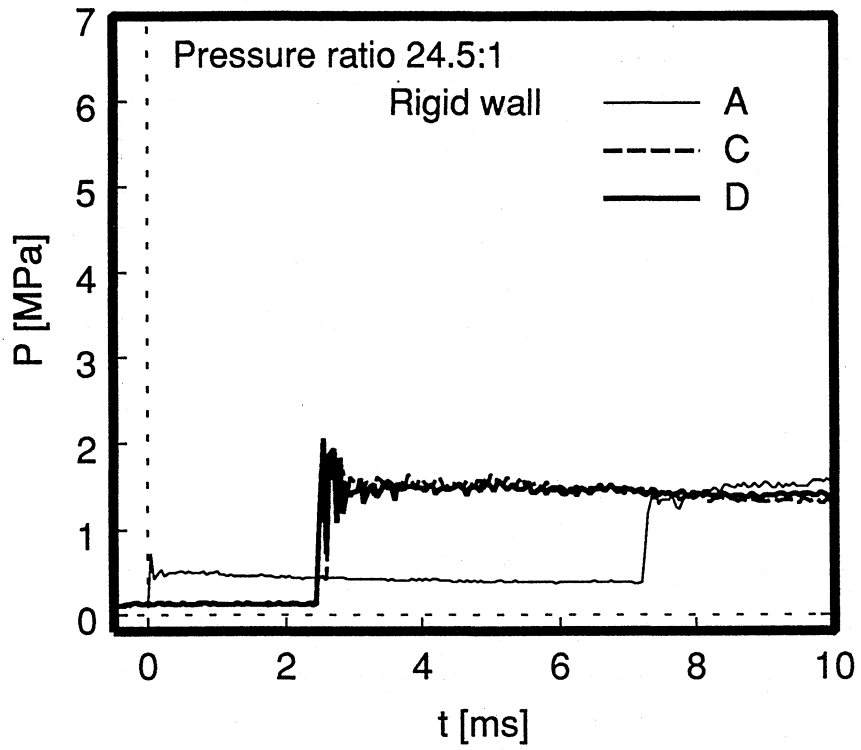


図 4.12 衝撃波管の各点 (A,C,D) における圧力の時間変化
(軟弾性体を設置しない場合, $P_4=2.45\text{MPa}$)

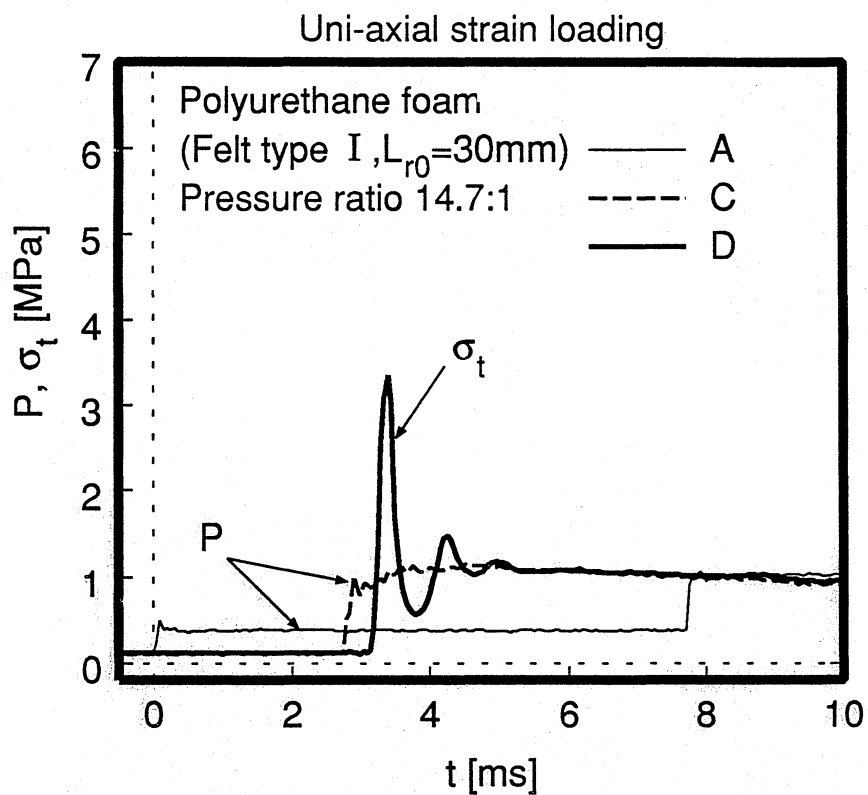


図 4.13 衝撃波管の各点 (A,C,D) における圧力の時間変化
 (Felt type I のフォームを設置した場合, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$, Short range)

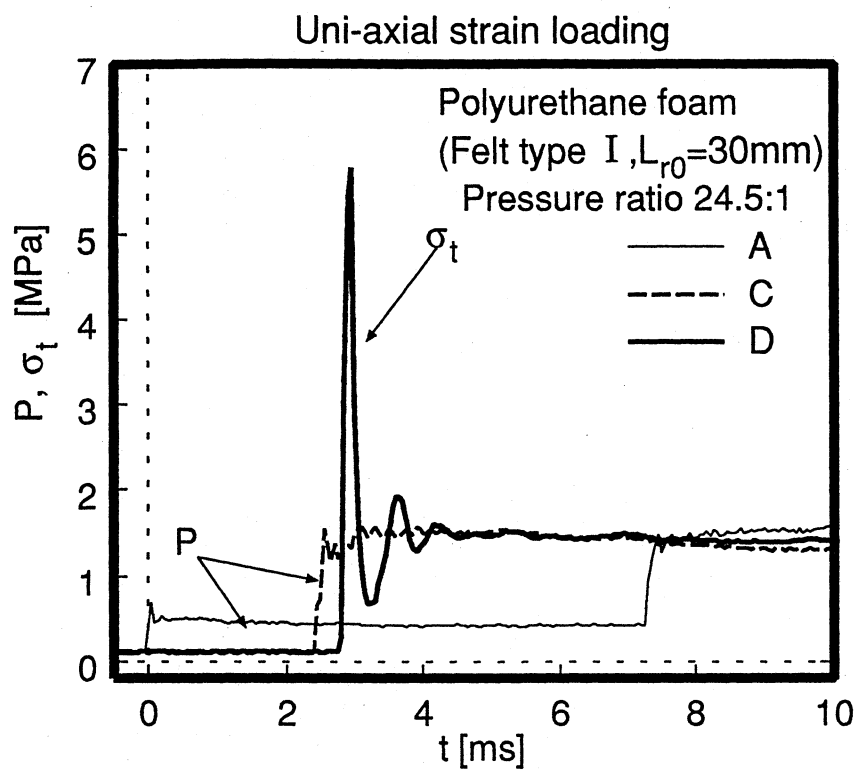


図 4.14 衝撃波管の各点 (A,C,D) における圧力の時間変化
(Felt type I のフォームを設置した場合, $P_4=2.45\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$, Short range)

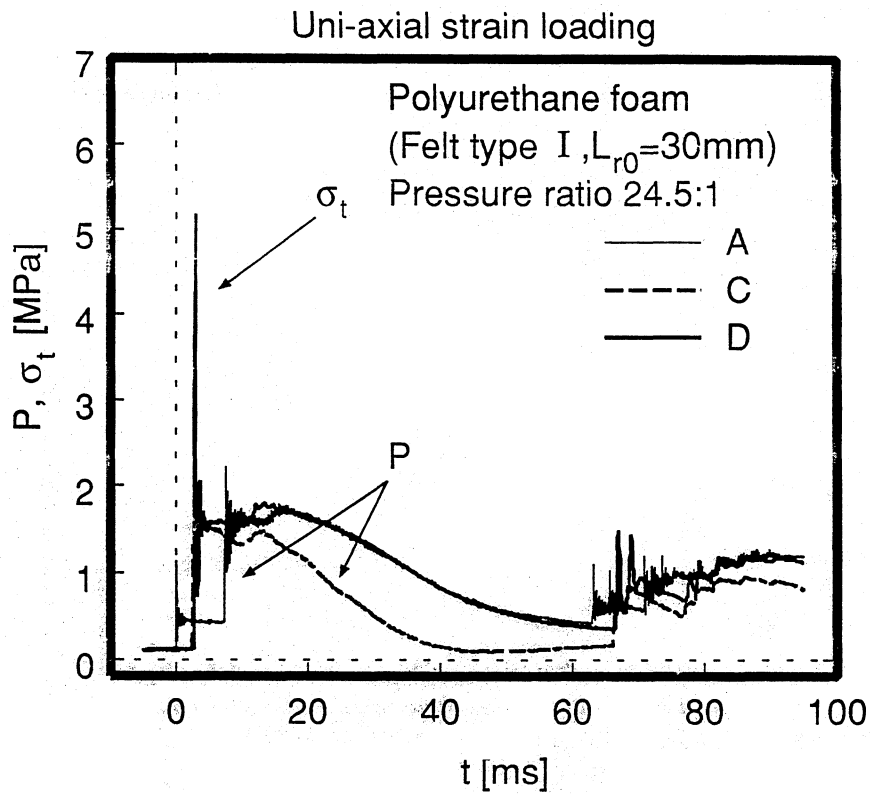


図 4.15 衝撃波管の各点 (A,C,D) における圧力の時間変化
(Felt type I のフォームを設置した場合, $P_4=2.45\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$, Long range)

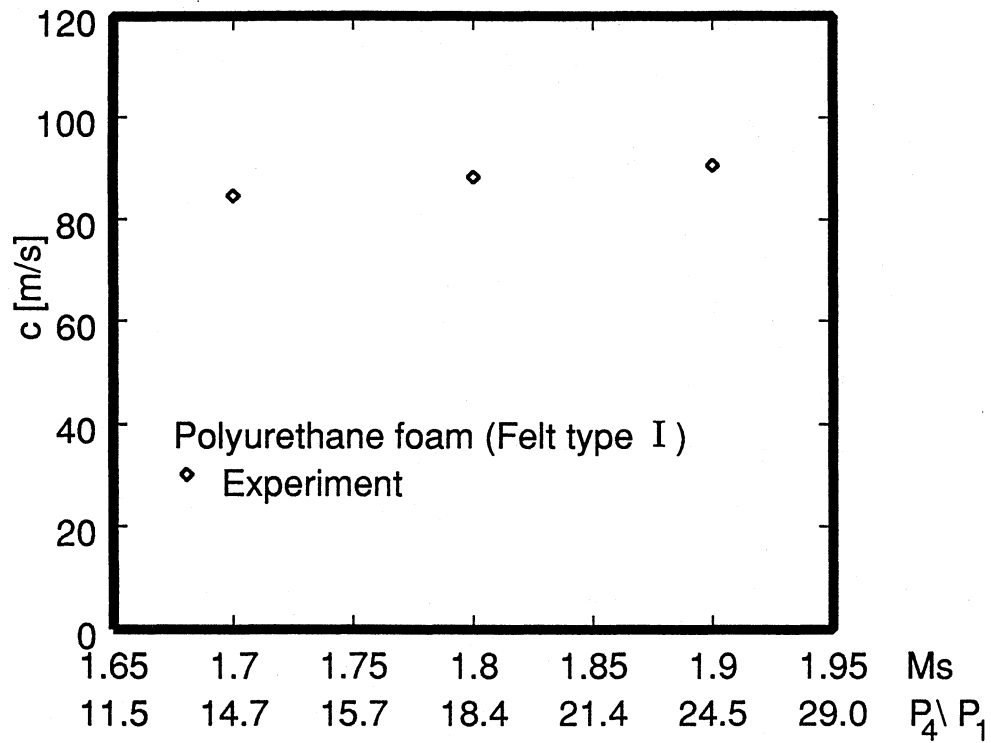


図 4.16 入射衝撃波マッハ数とフォーム (Felt type I) 中を伝播する応力波の速度との関係

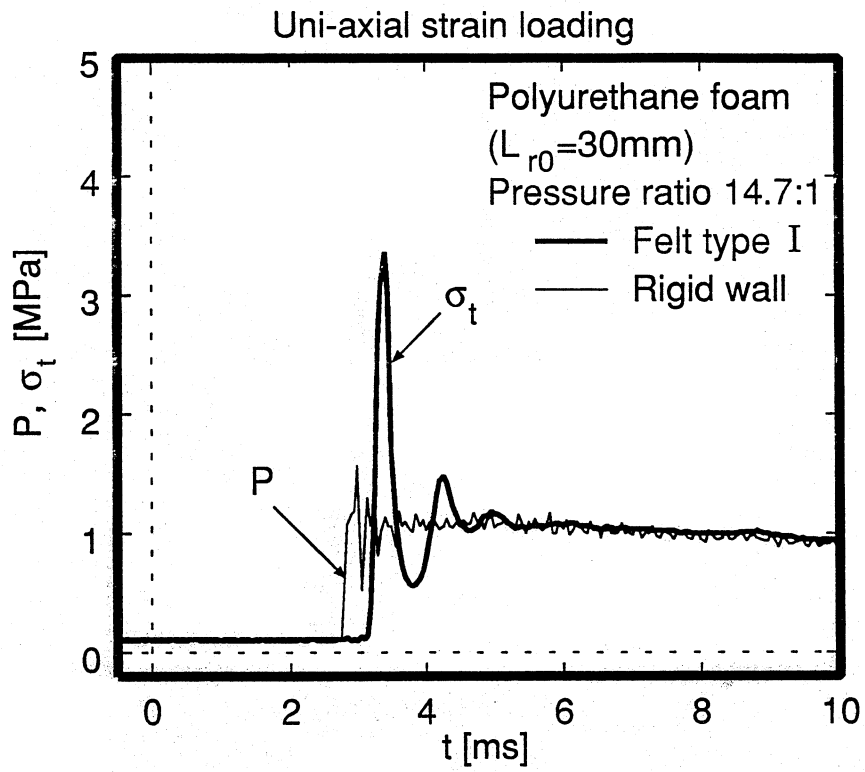


図 4.17 点 D における主応力の時間変化 (Felt type I, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$)

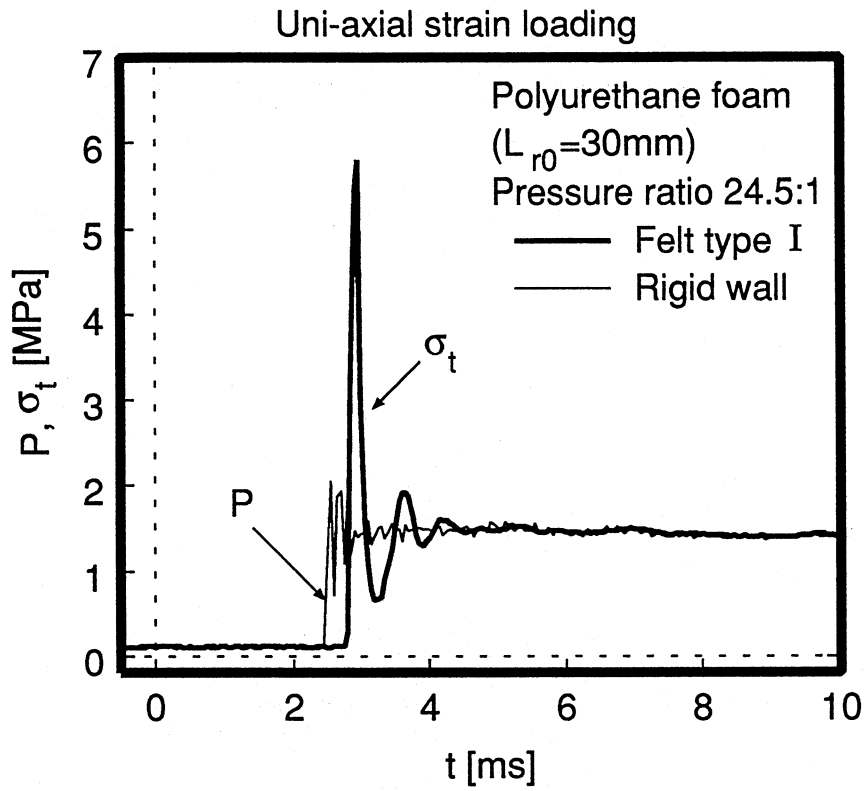


図 4.18 点 D における主応力の時間変化 (Felt type I, $P_4=2.45\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$)

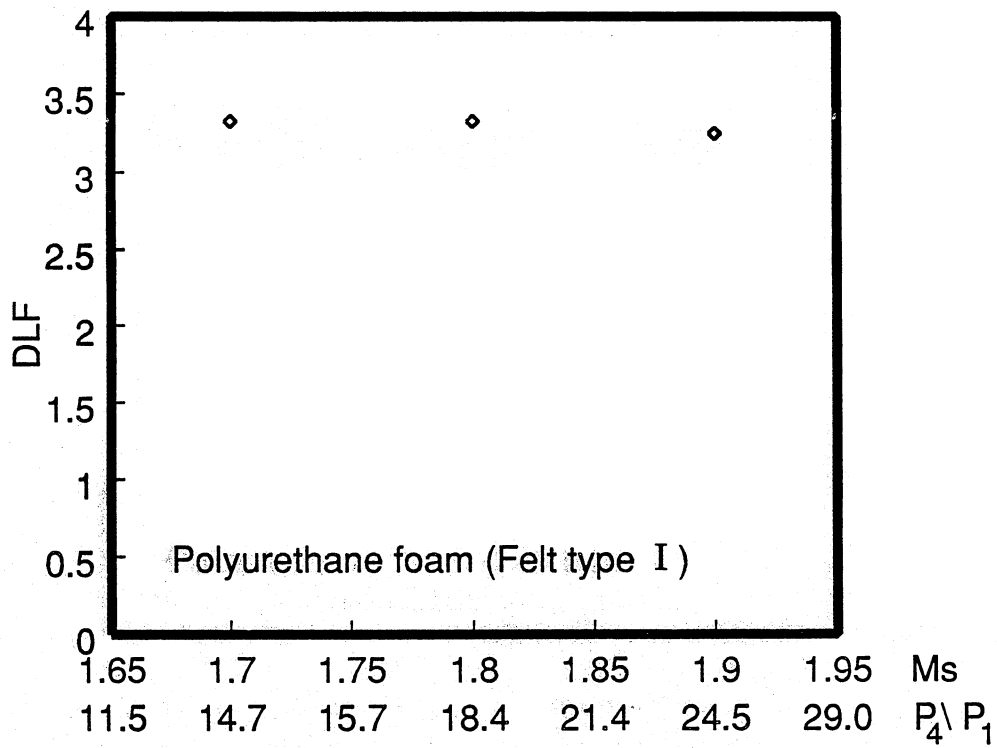


図 4.19 入射衝撃波マッハ数と DLF(動荷重係数) との関係 (Felt type I)

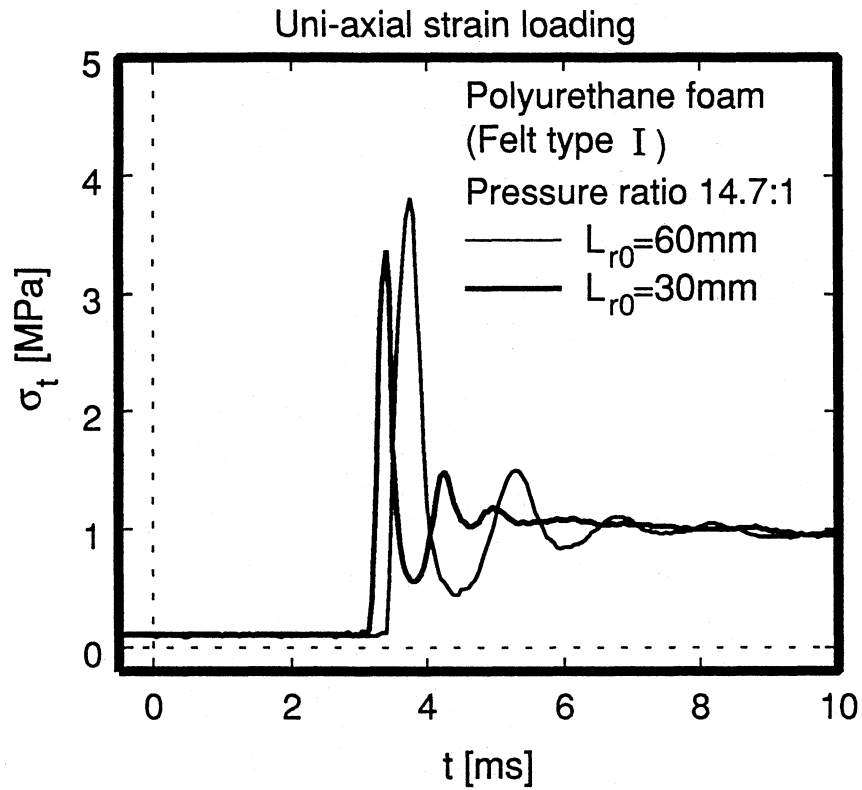


図 4.20 フォームの長さの違いによる主応力の時間変化
 (Felt type I のフォームを設置した場合, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=30,60\text{mm}$)

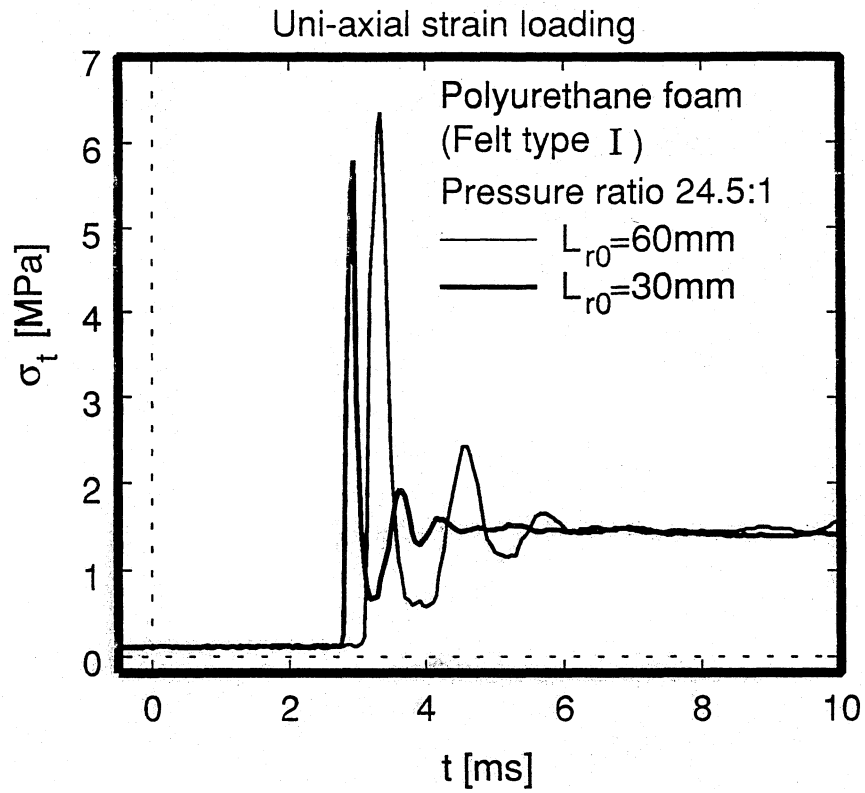


図 4.21 フォームの長さの違いによる主応力の時間変化
 (Felt type I のフォームを設置した場合, $P_4=2.45\text{MPa}$, $L_{r0}=30,60\text{mm}$)

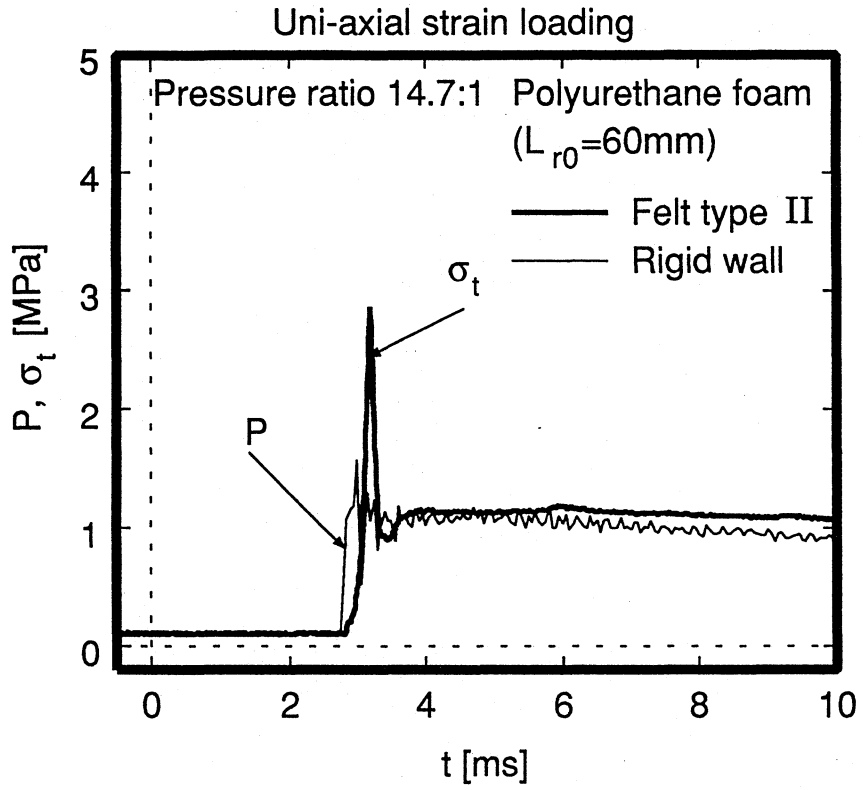


図 4.22 点 D における主応力の時間変化 (Felt type II, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=60\text{mm}$)

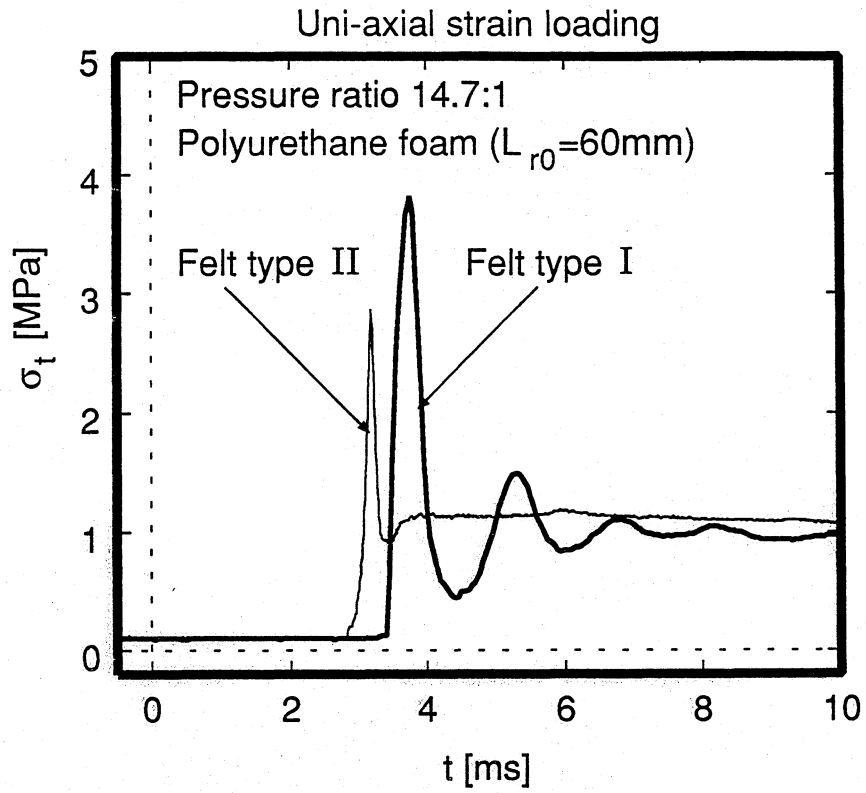


図 4.23 Felt type I と Felt type II のフォームの点 D における主応力の時間変化
 ($P_4=1.47\text{MPa}, L_{r0}=60\text{mm}$)

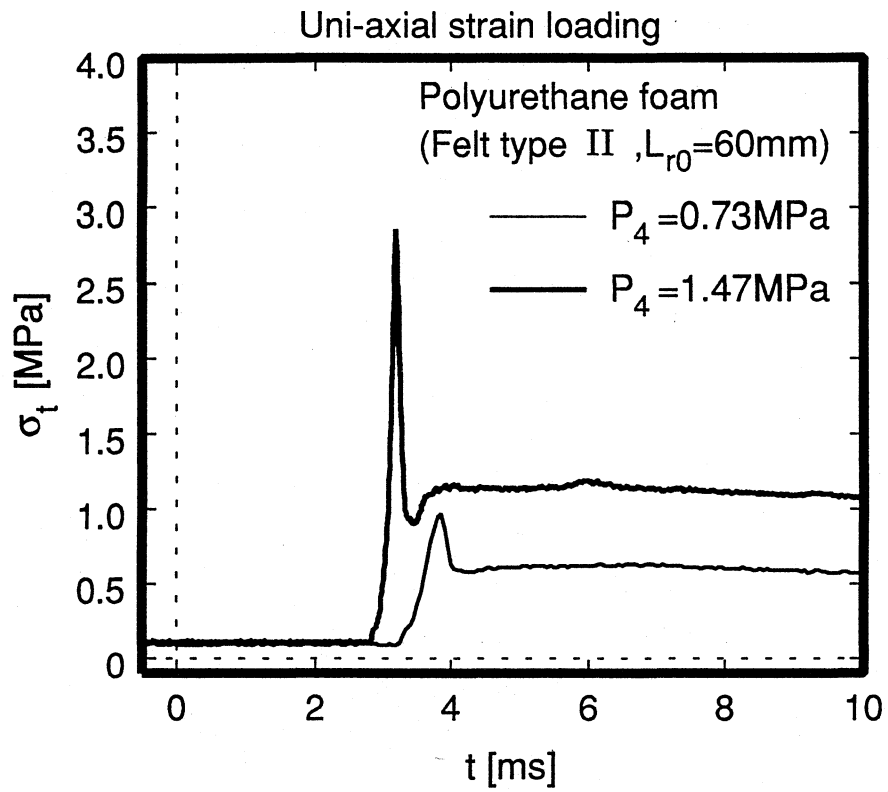


図 4.24 点 D における主応力の時間変化 (Felt type II, $L_{r0}=60\text{mm}$)

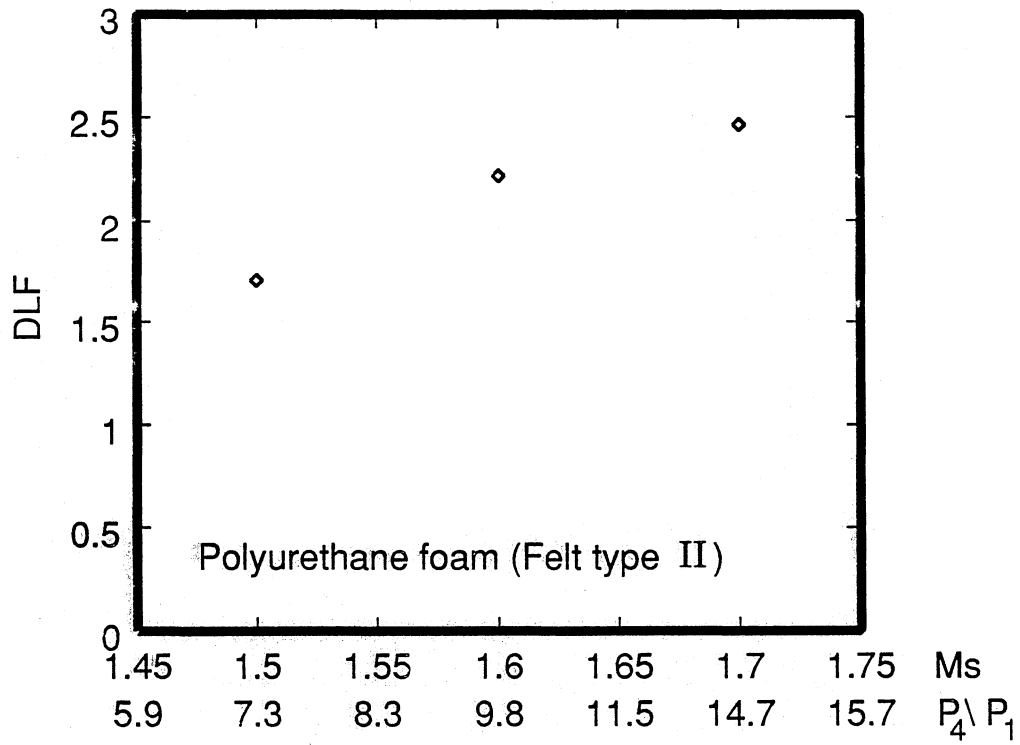


図 4.25 入射衝撃波マッハ数と DLF(動荷重係数) との関係 (Felt type II)

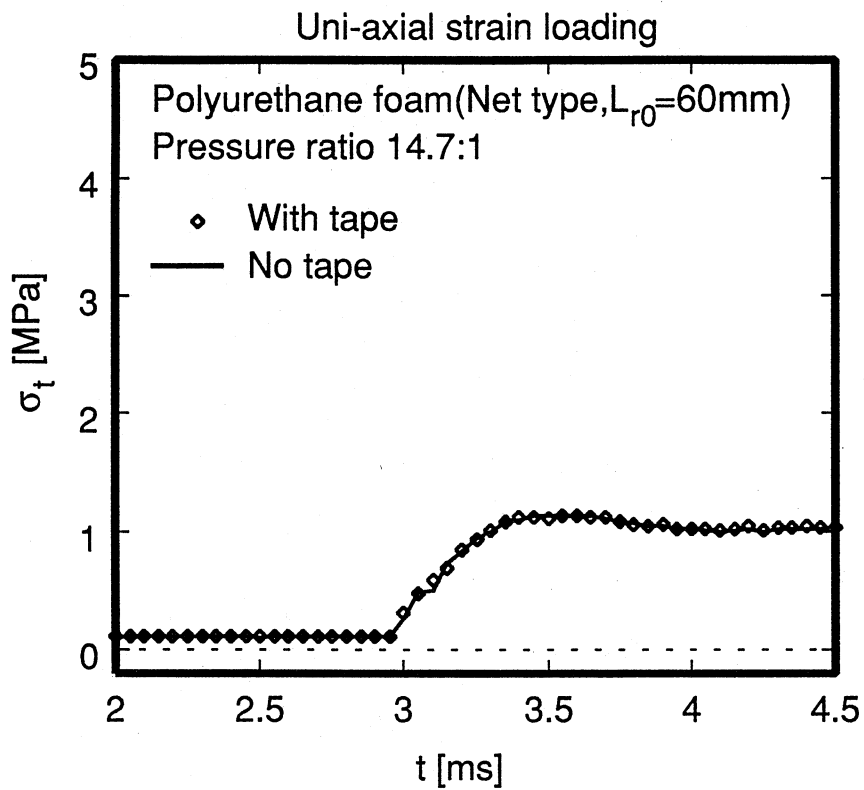


図 4.26 点 D における主応力の時間変化 (Net type, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=60\text{mm}$)

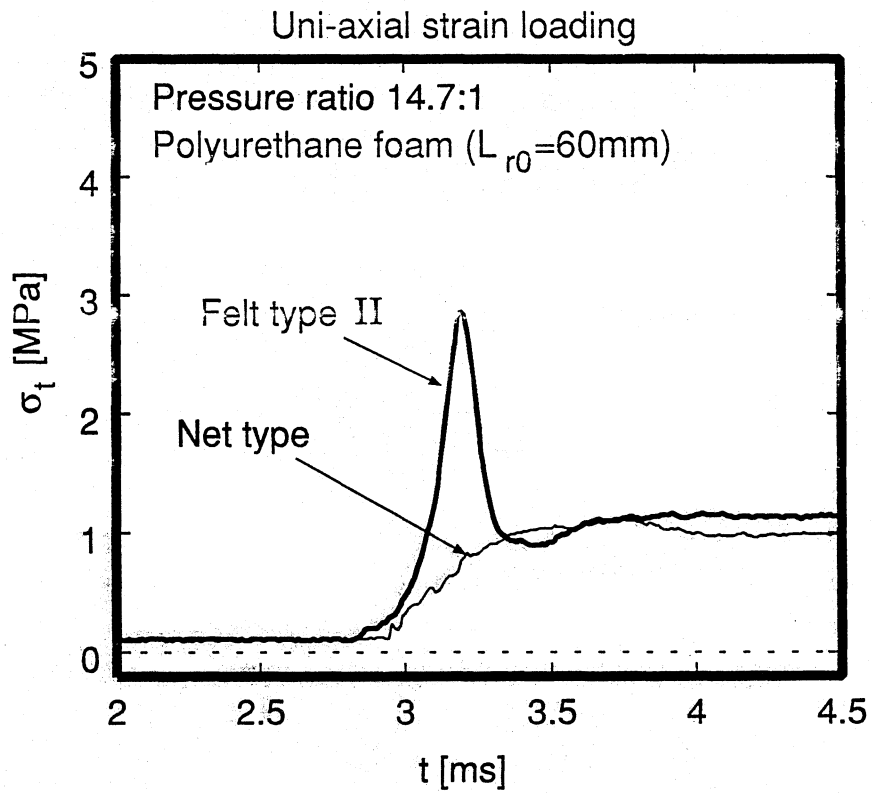


図 4.27 Felt type II と Net type のフォームの点 D における主応力の時間変化
($P_4=1.47\text{MPa}, L_{r0}=60\text{mm}$)

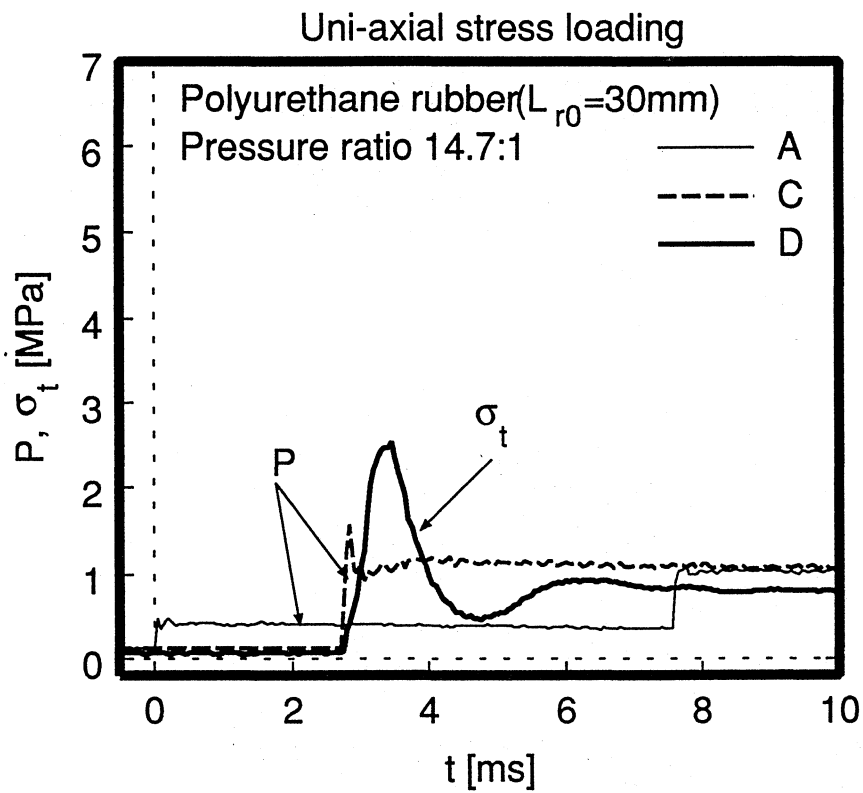


図 4.28 衝撃波管の各点 (A,C,D) における圧力の時間変化
(ポリウレタンゴムを設置した場合, $P_4=1.47\text{MPa},L_{r0}=30\text{mm},\text{Short range}$)

Chapter 5

衝撃波の衝突によるゴム状弾性体の非定常な一次元変動の解析

5.1 はじめに

本章ではゴム状弾性体に様々な大きさのステップ状衝撃圧縮荷重を加えた時及び気体衝撃波が衝突した時の非定常な一次元変動の解析を行う。外力を受けた時の弾性体内部を伝播する大変形応力波の非定常変動といった力学的問題は、未だ不明な点も多く様々な研究がなされている。弾性体内部を伝播する応力波の解析、弾性体の非定常変位等を扱った基礎的な解析はあまりされていない。また、気体衝撃波との干渉問題の解析を行った場合、気体側の非定常現象と弾性体側の非定常現象は干渉によって互いに影響を及ぼし合う。

まず、弾性体の応力の変動、変位量等を純粹に弾性体の非定常現象として扱い、弾性体の性質を基礎的に調べるために、柱状弾性体に様々な大きさのステップ状衝撃圧縮荷重を与えた場合における弾性物体の非定常な変位量、物体内部の応力等の変動を数値解析によって調べる。この問題を扱うために開発した計算コードは、後の章で扱う弾性体の一次元変動解析コードの基礎となっており、基本的な計算手法の評価や、計算精度の評価等もこの観点から行う。

次いで、様々な大きさのステップ状衝撃圧縮荷重を加えた時のゴム状弾性体の一次元変動解析の結果をふまえ、衝撃波管流と管端末に固定されたゴム状弾性体との一次元干渉解析を行う。この解析は Mazor et.al.⁽⁹⁾のゴムに関する実験の条件に合わせて行ったもので、弾性体側の計算条件、基礎式、初期条件などはゴム状弾性体にステップ状衝撃圧縮荷重を印加した場合の計算に使用したものと同一であり、衝撃波管問題を解く気体側と境界条件を介して同時に計算を行ったものである。よって、Mazor et.al. のゴムに関する実験の結果との比較による計算結果の評価と第4章のポリウレタンゴムの実験の結果と計算結果との比較を行う。

記号

- a_1 ; 気体側の初期音速
 A_g ; 衝撃波管の断面積
 A_r ; 弾性体の断面積
 c ; 弾性体側の音速
 C_v ; 定容比熱
 h_g ; 気体側のラグランジュ変数
 h_r ; 弾性体側のラグランジュ変数
 L_1 ; 定義式による参照長さ
 L_r ; 弾性体の長さ
 P ; 圧力
 R ; ガス定数 (=287.0 J/kg·K)
 S ; 弾性体の自由端からの軸方向距離
 t ; 時間
 T ; 温度
 U_g ; ガスの速度
 U_r ; 弾性体内部を伝播する波の速度
 x ; 衝撃波管の低圧側管端からの軸方向距離
 λ ; 伸長比 (=1+ ϵ)
 ρ_r ; 弾性体の密度
 σ ; 公称応力
 ρ_g ; ガスの密度
 ρ_{g1} ; 衝撃波管の低圧側の初期密度

上付き添字 * は, 無次元化量を示す.

5.2 ステップ状外力印加による柱状ゴムの一次元変動解析

5.2.1 基礎方程式

基礎方程式の表現法としては、オイラー座標系とラグランジュ座標系がある。オイラー座標系における計算では移動する境界面を取り扱うには、移動境界、移動変形格子等の取扱いがある。有限差分法で数値解を得るためには、物体適合格子系における数値計算がよく行われているが、この格子系での計算は、物体が移動する場合や解適合格子を使う場合に格子の移動変形による余分な流束を正しく評価しないと一様流でさえも変動してしまう。そこで、本計算ではラグランジュ座標系による計算を行うことにする。この座標系では初期(時刻 $t=0$)における座標を独立変数としているために、弾性体の移動変形による境界面の移動を考慮する必要がないからである。弾性体に外力が加わった時、純粋に弾性論的観点から非定常な変位量、物体内部の応力等の変動を解析するに当たり、Mazor et al.⁽⁹⁾, Igra et al.⁽¹⁰⁾の流線座標系(ラグランジュ系)の基礎式を用いて計算を行った。ゴムの応力の式としては、Treloarのゴムの弾性理論⁽¹¹⁾⁽¹²⁾における単軸応力荷重(Uni-axial stress loading), 二軸応力荷重(Bi-axial stress loading), 単軸ひずみ荷重(Uni-axial strain loading)の定式を用いた。

(a) 弾性体の基礎方程式

弾性体の基礎方程式を導くために以下の仮定によって問題を簡略化した。

1. ゴム状弾性体は、等方性の弾性体であり、内部エネルギーの変化は非常に小さいために無視する。
2. ゴム状弾性体の表面に働く体積力(重力)と摩擦力は無視できるほど小さい。
3. ゴム状弾性体内で発生する応力は、 x 軸に垂直な任意の断面に一様に分布する(一次元近似)。
4. ゴム状弾性体は、衝撃波によって加えられる圧縮荷重によるゆがみ(Buckle)は起こらない。

基礎方程式の弾性体の無次元化には音速、密度、長さを用いた。無次元化の各量は以下のようなになる。

$$t_r^* = \frac{tc_0}{L_{r0}}, \sigma^* = \frac{\sigma}{\rho_{r0}c_0^2}, \rho_r^* = \frac{\rho_r}{\rho_{r0}} = 1, S^* = \frac{S}{L_{r0}}, U_r^* = \frac{U_r}{c_0},$$
$$A_r^* = \frac{A_r}{A_{r0}}, h_r^* = \frac{h_r}{\rho_{r0}L_{r0}A_{r0}}, G^* = \frac{G}{\rho_{r0}c_0^2}$$

ラグランジュ座標系においては、全ての質量要素の位置 x は、初期質量点 h と時刻 t の関数として示される。一般的に、 h は $t=0$ といったような基準時刻における

質量要素を定義するために使われる。例えば、荷重による弾性体の自由端の移動を S_0 、任意の位置の移動を S で表す。この S は、図 5.1 において、 $t=0$ 、 $x = x_0$ で幅を dx_0 とする微小質量 dm を考えた場合、任意の時刻 $t = t$ では、弾性体の変形によって ξ だけ移動し、その幅は ds へと変化することから、

$$S = x_0 + \xi \quad (5.1)$$

と表すことができる。ここで ξ は、 S 軸方向の変位の大きさである。

今、任意の時刻における弾性体のラグランジュ変数 h_r を以下のように定義される。

$$h_r = \int_{S(0,t)}^{S(h_r,t)} \rho_r A_r dS \quad (5.2)$$

つまり、この式は弾性体の先端（自由端）から任意の位置までの質量の総和を示している。この式を時間で微分することにより、弾性体の質量保存式は、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_r(h_r, t) \frac{\partial S(h_r, t)}{\partial h_r} A_r(h_r, t) \right] = 0 \quad (5.3)$$

弾性体の質点速度は図 5.1 に示した S を時間で微分することにより、

$$U_r(h_r, t) = \frac{\partial S(h_r, t)}{\partial t} \quad (5.4)$$

また、 x 軸方向の伸長比 λ は、

$$\lambda(h_r, t) = \rho_{r0} A_{r0} \frac{\partial S(h_r, t)}{\partial h_r} \quad (5.5)$$

弾性体において、 h_r は x_0 に相当するため、 λ は $x_0 + \xi$ を h_r で微分した変形度を示している。

弾性体の運動方程式は、ニュートンの第二法則より

$$\frac{\partial U_r(h_r, t)}{\partial t} = -A_{r0} \frac{\partial \sigma(h_r, t)}{\partial h_r} \quad (5.6)$$

である。

また、オイラー座標系で表示された質量保存式、運動方程式をラグランジュ座標系に一般座標変換を行うことによって得られる。

まず、ラグランジュ変数 $dh_r = \rho_r(dx - U_r dt)$ と定義すると、質量と質量流束は上述の定義から次式を得る。

$$\rho_r = \frac{\partial h_r}{\partial x} \quad (5.7)$$

$$\rho_r U_r = -\frac{\partial h_r}{\partial t} \quad (5.8)$$

従って、独立変数 (x, t) を (h, t) に一般座標変換を行う。

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial h_r}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial h_r} + \frac{\partial t}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial t} = \rho_r \frac{\partial}{\partial h_r} \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial h_r}{\partial t} \cdot \frac{\partial}{\partial h_r} + \frac{\partial t}{\partial t} \cdot \frac{\partial}{\partial t} = -\rho_r U_r \frac{\partial}{\partial h_r} + \frac{\partial}{\partial t} \quad (5.10)$$

となる。

オイラー座標系の質量保存式と運動方程式は、

$$\frac{\partial \rho_r}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_r U_r)}{\partial x} = 0 \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial(\rho_r U_r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_r U_r^2 + \sigma)}{\partial x} = 0 \quad (5.12)$$

である。

上式に式(5.7), 式(5.8)を代入して整理すると, ラグランジュ座標系の質量保存式, 運動方程式は,

$$\frac{\partial(1/\rho_r)}{\partial t} = \frac{\partial U_r}{\partial h_r} \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial t} = -\frac{\partial \sigma}{\partial h_r} \quad (5.14)$$

が得られる。

(b) 弾性体の一次元的表現

ゴムは完全弾性体で, かつ変形しても体積変化がない(非圧縮性)という近似を用いた。また, 弾性体の計算仮定として, 弾性体の応力とひずみの関係は, 静的な応力とひずみの関係が速い現象においても変化しないと仮定して計算を行う。図5.2.5.3は計算で用いた圧縮単軸応力荷重, 圧縮二軸応力荷重の模式図を示す。図中の破線は弾性体の初期形状, 斜線部は固定端である。ここで, 弾性体の初期長さ L_{r0} をとす。

断面積 A_{r0} の柱状弾性体に時刻 $t=0$ より自由端に x 方向からステップ状圧縮荷重が印加されると, この荷重 F により断面積は A_r へと変化する。この時, F/A_{r0} を公称応力 σ , F/A_r を主応力 σ_t とする, この関係は Treloar⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ の定義によるもので, $\sigma_t = \lambda \sigma$ となる。ここで λ は, 弾性体の伸長比である ($=1+\epsilon$)。また, $\lambda \geq 1$ の時は引張り (ϵ は正), $\lambda \leq 1$ の時は圧縮 (ϵ は負) の状態である。

この状態の公称応力 σ と λ の関係は, 単軸応力荷重は, 式(2.8)より

$$\sigma = G \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (5.15)$$

二軸応力荷重は, 式(2.11)より

$$\sigma = G \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^3} \right) \quad (5.16)$$

である。

(c) 音速の定義

弾性体中を伝播するリーマン波の絶対速度 C は Nowinski⁽⁷⁾ により以下の式で定義される。

$$C = U_r + \lambda \bar{c} \quad (5.17)$$

ここで、 U_r は弾性体の質点の絶対速度を示し、 $\lambda \bar{c}$ は以下の式で定義される弾性体内部の音速 (擾乱の移動率) を示す。

$$\lambda \bar{c} = \lambda \left[\left| \frac{1}{\rho_{r0}} \frac{\partial \sigma}{\partial \lambda} \right| \right]^{1/2} \quad (5.18)$$

また、弾性体の初期音速 c_0 は、

$$c_0 = \left[\left| \frac{1}{\rho_{r0}} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=1} \right| \right]^{1/2} \quad (5.19)$$

である。

また、単軸応力荷重、二軸応力荷重、単軸ひずみ荷重について弾性体の初期音速を定義することができる。単軸応力荷重の初期音速 $(c_0)_{\lambda=1}$ は、

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=1} = G \left(1 + \frac{2}{\lambda^3} \right)_{\lambda=1} = 3G \quad (5.20)$$

従って、

$$c_0 = \left[\left| \frac{1}{\rho_{r0}} 3G \right| \right]^{1/2} \quad (5.21)$$

二軸応力荷重の初期音速 $(c_0)_{\lambda=1}$ は、

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=1} = G \left(1 + \frac{3}{\lambda^4} \right)_{\lambda=1} = 4G \quad (5.22)$$

従って、

$$c_0 = \left[\left| \frac{1}{\rho_{r0}} 4G \right| \right]^{1/2} \quad (5.23)$$

単軸ひずみ荷重の初期音速 $(c_0)_{\lambda=1}$ は、

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=1} = \left(\frac{2G(1+\nu)}{1-2\nu^2/(1-\nu)} \right)_{\lambda=1} \quad (5.24)$$

従って、

$$c_0 = \left[\left| \frac{1}{\rho_{r0}} \frac{2G(1+\nu)}{1-2\nu^2/(1-\nu)} \right| \right]^{1/2} \quad (5.25)$$

となる。

5.2.2 計算手法

(a) 離散化

数値計算は、先ず時間的に前進、空間的に中心差分近似により以下のような離散化を行った(但し、 $0 \leq i \leq m$ とする)。

弾性体の運動方程式(式(5.6))を無次元化し離散化を行うと、

$$\frac{\partial U_r^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial \sigma^*}{\partial h_r^*}$$

$$(U_r)_i^{n+1} = \frac{1}{2}[(U_r)_{i+1}^n + (U_r)_{i-1}^n] - \frac{\Delta t}{2\Delta h_r}(\sigma_{i+1}^n - \sigma_{i-1}^n) \quad (5.26)$$

弾性体の質点速度(式(5.3))は、

$$U_r^* = \frac{\partial S^*}{\partial t^*}$$

$$S_i^{n+1} = S_i^n + \frac{\Delta t}{2}[(U_r)_{i+1}^n + (U_r)_{i-1}^n] \quad (5.27)$$

x 軸方向の伸長比(式(5.5))は、

$$\lambda = \frac{\partial S^*}{\partial h_r^*}$$

$$\lambda_i^{n+1} = \frac{S_{i+1}^{n+1} - S_{i-1}^{n+1}}{2\Delta h_g} \quad (5.28)$$

弾性体の応力は、単軸応力荷重において式(5.15)より

$$\sigma_i^{n+1} = G^* \left[\lambda_i^{n+1} - \frac{1}{(\lambda_i^{n+1})^2} \right] \quad (5.29)$$

二軸応力荷重において式(5.16)より

$$\sigma_i^{n+1} = G^* \left[\lambda_i^{n+1} - \frac{1}{(\lambda_i^{n+1})^3} \right] \quad (5.30)$$

である。しかし、上記のような離散化式では $(U_r)_i^{n+1}$, S_i^{n+1} を求めるにあたって $(U_r)_i^n$, S_i^n の情報が評価されず、解に振動が現れた。そこで、これを一部修正して $(U_r)_i^n$, S_i^n を評価の対象に加える下記の離散化式に改めた。すなわち、式(5.26), 式(5.27)に $(\bar{U}_r)_i^n$ を導入する。

従って、

$$(U_r)_i^{n+1} = (\bar{U}_r)_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta h_r}(\sigma_{i+1}^n - \sigma_{i-1}^n) \quad (5.31)$$

$$S_i^{n+1} = S_i^n + \Delta t(\bar{U}_r)_i^{n+1} \quad (5.32)$$

ただし,

$$(\bar{U}_r)_i^n \equiv \frac{1}{4}[(U_r)_{i+1}^n + 2(U_r)_i^n + (U_r)_{i-1}^n]$$

である.

(b) 境界条件

差分計算において弾性体両端で上記の離散化式をそのまま使うことは出来ず, 境界条件を設定することが必要になる. 境界条件は, 以下のように設定した.

自由端側 (無拘束条件);

$$(U_r)_0^{n+1} = (U_r)_0^n - \frac{\Delta t}{\Delta h_r}(\sigma_1^n - \sigma_0^n) \quad (5.33)$$

$$S_{-1}^{n+1} = 2S_0^{n+1} - S_1^{n+1} \quad (5.34)$$

$$\lambda_0^{n+1} = \text{Given} \quad (5.35)$$

固定端側 (反射条件);

$$(U_r)_{m+1}^{n+1} = -(U_r)_{m-1}^{n+1} \quad (5.36)$$

$$S_{m+1}^{n+1} = 2 - S_{m-1}^{n+1} \quad (5.37)$$

$$\lambda_{m+1}^{n+1} = 2\lambda_m^{n+1} - \lambda_{m-1}^{n+1} \quad (5.38)$$

ここで, 式 (5.35) の λ_0 は, 公称応力の式 (5.29), 式 (5.30) を Newton 法⁽⁴⁶⁾⁽⁴⁷⁾で解き, 無次元の数値として与えるものとする. すなわち, 外力を時刻 $t=0$ からかける事は, $t=0$ から自由端で一定の λ_0 を与えることに相当する.

(c) 時間積分

空間微分項を離散化した方程式は, 連立微分方程式として陽的に時間積分することが出来る. 今回の解析においては, 式 (5.31) のような時間の前進差分をさらに精度を上げるために, 以下に示す 4 段階ルンゲクッタ法 (4-step Runge Kutta)^{(41)~(45)}で時間積分を行った. 運動方程式を例にとると,

$$\frac{\partial U_r^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial \sigma^*}{\partial h_r^*}$$

4 段階ルンゲクッタは,

$$(U_r)_i^{(1)} = (\bar{U}_r)_i^n - \alpha_1 \left[\frac{\Delta t}{2\Delta h_r} (\sigma_{i+1}^n - \sigma_{i-1}^n) \right]$$

$$\begin{aligned}
(U_r)_i^{(2)} &= (\bar{U}_r)_i^n - \alpha_2 \left[\frac{\Delta t}{2\Delta h_r} (\sigma_{i+1}^{(1)} - \sigma_{i-1}^{(1)}) \right] \\
(U_r)_i^{(3)} &= (\bar{U}_r)_i^n - \alpha_3 \left[\frac{\Delta t}{2\Delta h_r} (\sigma_{i+1}^{(2)} - \sigma_{i-1}^{(2)}) \right] \\
(U_r)_i^{n+1} &= (\bar{U}_r)_i^n - \left[\frac{\Delta t}{2\Delta h_r} (\sigma_{i+1}^{(3)} - \sigma_{i-1}^{(3)}) \right] \\
(\bar{U}_r)_i^n &\equiv \frac{1}{4} [(U_r)_{i+1}^n + 2(U_r)_i^n + (U_r)_{i-1}^n]
\end{aligned} \tag{5.39}$$

但し、係数 α は、 $\alpha_1 = \frac{1}{4}$, $\alpha_2 = \frac{1}{3}$ and $\alpha_3 = \frac{1}{2}$ である。

(d) 安定条件及び安定解析

時間積分を安定に行う条件として、CFL 条件 (Courant-Friendrichs-Lewy condition) ^{(41)~(45)} を満たすことが必要になる。この CFL 条件は、以下の式で表される。

$$(CFL)_{rubber} = \frac{\Delta t}{\Delta h_r} \lambda \bar{c} \leq 1 \tag{5.40}$$

これは、変動現象は音波より速く伝わるということがないという条件である。数値計算において、CFL 条件は次の時間ステップ幅 Δt を制限するものであり、計算の刻み時間は弾性体の全ての格子点における最も厳しい条件より決定した。

スキームの安定解析^{(41)~(45)}は、数値的に安定なスキームかどうかを判定するために重要である。ここで、数値的に安定なスキームとは、計算を1ステップずつ進めていくときに、どのような原因による誤差 (丸め誤差, 打ち切り誤差等) も成長しないスキームである。離散化した基礎方程式について安定解析をする手法を調べる。今、モデル方程式として線形の波動方程式を例にとると、

$$U_t + aU_h = 0 \tag{5.41}$$

とする。本計算スキームの離散化を行うと、

$$U_j^{n+1} = \frac{1}{4}(U_{j+1}^n + 2U_j^n + U_{j-1}^n) - \frac{\nu}{2}(U_{j+1}^n - U_{j-1}^n) \tag{5.42}$$

である。ここで ν は、次式で定義する。

$$\nu = a \frac{\Delta t}{\Delta h} \tag{5.43}$$

式 (5.42) のような差分式の解が以下の形の解を有すると仮定し、von Neumann の安定解析を行う。

$$U_j^n = g^n e^{ij\theta} \tag{5.44}$$

ここで、 i は虚数、 n は時間ステップ、 j は格子点位置を表す。定義により、 U_j^n は複素数であるから、実部、虚部とも式 (5.42) を満たさなければならない。 g は複素振

幅率すなわち時間ステップごとの振幅の増加を表す。振動成分である $e^{ij\theta}$ は空間内での周波数を定めるパラメータの θ を含んでいる。実際の解はこれらのフーリエ分解された解の重ね合わせとして定義される。 $\theta=0$ では空間に対して一定の、 $\theta=\pi$ は j の添字 1 つおきに符号を変える解を表す。従って、必要な θ の範囲は $0 \leq \theta \leq \pi$ である。今、式 (5.44) を式 (5.42) に代入してみると、

$$g^{n+1}e^{ij\theta} = \frac{1}{4}(g^n e^{i(j+1)\theta} + 2g^n e^{ij\theta} + g^n e^{i(j-1)\theta}) - \frac{\nu}{2}(g^n e^{i(j+1)\theta} - g^n e^{i(j-1)\theta})$$

$$g = \frac{1}{4}(e^{i\theta} + 2 + e^{-i\theta}) - \frac{\nu}{2}(e^{i\theta} - e^{-i\theta})$$

すなわち、

$$g(\theta, \nu) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \theta - i\nu \sin \theta \quad (5.45)$$

上式の複素数 g を振幅と位相に分け数値積分の過程でどのように変化するかを解析する。

$$g = |g|e^{i\psi} \quad (5.46)$$

$|g|$ は増幅率、 ψ は位相差を表す。ある周波数成分 θ に対して $|g|$ が厳密解よりずれていれば振幅を生じ、 ψ にずれを生じれば、その周波数成分の波は移動速度が正しくなくなる。式 (5.45) と式 (5.46) から、

$$|g(\theta, \nu)|^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \theta\right)^2 + \nu^2 \sin^2 \theta \quad (5.47)$$

$$\psi(\theta, \nu) = -\tan^{-1} \frac{\nu \sin \theta}{\frac{1}{2}(1 + \cos \theta)} \quad (5.48)$$

となる。図 5.4 に本計算スキームの増幅率とクーラン数との関係を示す。このスキームの増幅率はクーラン数が約 0.8 を越えないまでは安定に計算できることがわかる。また、すべてのクーラン数において波数成分 $\theta = \pi$ で増幅率が 0 に収束しており、このような格子間隔を選ぶと解の散逸が非常に小さくなることがわかる。

5.2.3 計算結果と変動の特徴

(a) 計算条件

数値計算は、 $t=0$ より x 軸方向からステップ状衝撃圧縮荷重を自由端に加えた場合について圧縮二軸応力荷重 (Bi-axial stress loading, 図 5.3 参照) を対象とし、差分近似を用いて空間二次精度中心差分、時間四次精度ルンゲクッタで行った。また、人工粘性は付加されていない。なお、柱状ゴムの前面に板は取り付けられていない。弾性体の性質を決定する諸量は、

$$\text{弾性体内部の初期音速 ; } (c_0)_{\lambda=1} = 60.6 \text{ (m/s)}$$

ゴムの密度 ; $\rho_{r0} = 1014 \text{ (kg/m}^3\text{)}$

弾性係数 ; $G = 0.9317 \text{ (MPa)}$

また、解析を行うに当たって用いた初期条件を以下に示す。

公称応力 ; $\sigma = 0.0 \text{ (MPa)}$

ゴムの伸長比 ; $\lambda_0 = 1$

速度 ; $U_{r0} = 0.0 \text{ (m/s)}$

ゴムの初期長 ; $L_{r0} = 0.1 \text{ (m)}$

今回の計算で時刻 $t=0$ から一定の外力を与えたステップ状圧縮公称圧力 $P_4/P_1 (t \geq 0)$ は、

Case 1 ; $P_4/P_1 = 2$

Case 2 ; $P_4/P_1 = 5$

Case 3 ; $P_4/P_1 = 10$

Case 4 ; $P_4/P_1 = 15$

Case 5 ; $P_4/P_1 = 20$

Case 6 ; $P_4/P_1 = 30$

の6種類とした。図5.5に外力の時間履歴を示す。なお、この圧縮荷重 P_4/P_1 は、荷重が印加される圧力比を示している(ただし、 $P_1=0.1\text{MPa}$ とする)。

(b) 弾性体中における波の伝播挙動

計算結果を評価するに当たり、二軸応力荷重 (Bi-axial stress loading) を計算の対象とする。ゴムを非圧縮性と仮定した場合、 λ には $\lambda_z = 1$ 、 $\lambda_y = \lambda_x^{-1}$ が成り立つ(図5.6)。よって、計算から得られる $\lambda(\lambda_x)$ から λ_y (弾性体を側方から見た膨らみの分布)を求める事ができる。

図5.7~5.12は、横軸に x 、縦軸に $1/\lambda$ をとり、ゴムを側方(y 軸方向)から見た、 x 軸方向に衝撃的圧縮荷重($P_4/P_1 = 15$, Case 4)を受けた直後から時間毎の一連の変形(x 軸方向の伸縮、 y 軸方向の膨張、収縮)の模様を示したものである(図5.3参照)。各図中の右端側はゴムの固定端、左端側はゴムの自由端であり、ゴムの初期長さ $L_{r0}=100 \text{ mm}$ 、初期太さ $Y_0(\propto 1/\lambda)$ は 40 mm である。

図5.7は衝撃圧縮荷重がかけられた直後 $t=0.05(\text{ms})$ から $t=1.25(\text{ms})$ までの結果を示す。 x 軸方向の変位は、変位が発生した初期から自由端が後退しており、自由

端の移動間隔がほぼ一定であることから、ほぼ一定の速度で自由端が後退していることが確認できる。

また、 $t=0.05(\text{ms})$ の時の先端の y 軸方向の膨らみはこの区間の他の時間における y 軸方向の膨らみよりも僅かに大きい。この膨らみは元の幅の約1.2倍であり、平坦な部分が増加しつつ自由端から固定端に向かって(左から右へ)伝播していく(応力波が右方向に伝わっている)ことが確認できる。この図より、圧縮波の先端における波の速度は、圧縮波の後方つまり膨らみが一定になった部分における波の速度よりも速いことが解る。この現象は圧縮波の先端における λ と比べて圧縮波の後方における λ が小さいため、式(5.17)より応力波の伝播速度 C の値が小さくなることから説明される。

図5.8は最初に発生した変位が弾性体後端の固定境界面に到達した後、 $t=2.75(\text{ms})$ までの結果を示す。図5.7で見られた圧縮波による y 軸方向の膨らみの幅は約1.2倍のまま進行し、 $t=1.50(\text{ms})$ から $t=1.75(\text{ms})$ の間に、弾性体の固定境界面へほぼ到達している。 $t=1.75(\text{ms})$ では、固定境界面に到達した圧縮波が固定境界面において更に大きく膨らみ、圧縮波として反射し始めている事がわかる。さらに、固定境界面で反射した圧縮波は自由端に向かって進行していく。この変位による膨らみの幅は約1.4倍となる。また、この間も弾性体の圧縮は続いている。 $t=2.25(\text{ms})$ まで弾性体の圧縮はほぼ一定の速度で続くが、 $t=2.25(\text{ms})$ から $t=2.75(\text{ms})$ にかけて、自由端の後退速度は遅くなっていく。そして、約 $t=2.75(\text{ms})$ においてこの固定端で反射した圧縮波は、自由端へと到達し弾性体の x 軸方向の長さは最小となる。

図5.9は約 $t=2.75(\text{ms})$ で最小となった弾性体の非定常変位が以下伸びへと移っていく模様を示す。約 $t=2.75(\text{ms})$ で自由端に到達した非定常変位は、自由端で圧縮波が x 軸方向の伸びを伴った膨張波となって反射している。自由端で反射した膨張波の伝播は、自由端で反射する前の圧縮波の伝播と比べて速く、約 $t=3.25(\text{ms})$ には固定端に到達し、固定端の幅が減少しはじめ、膨張波が固定端において膨張波として反射している。また、自由端の移動間隔がほぼ一定であることからほぼ一定の速度で自由端が x 軸方向に伸びていることが確認できる。また、固定端において反射した膨張波は自由端に向かって進行していく。この膨張波の伝播は弾性体の幅の減少を伴い、固定端において最も顕著に幅の減少を見ることができる。

図5.10は弾性体の x 軸方向への伸びを伴った膨張波が自由端に到達し、反射し始める $t=4.50(\text{ms})$ から、 $t=5.75(\text{ms})$ までの過程を示す。 x 軸方向への伸びを伴った膨張波は、約 $t=5.25(\text{ms})$ において自由端へ到達する。この時点で弾性体の幅は最も細くなる。その後、弾性体の自由端は再び後退を始め、弾性体の幅も再び膨らみ始める。これより自由端に到達した膨張波は、圧縮波として反射していることが解る。

図5.11は自由端に到達した膨張波が圧縮波として反射した後、固定端に到達し、再び固定端で反射する $t=6.00(\text{ms})$ から、 $t=7.25(\text{ms})$ までの過程を示す。図5.11と図5.7を比較すると最初の圧縮波の伝播の模様と、再圧縮による圧縮波の伝播の模様は異なっていることが解る。自由端の移動間隔がほぼ一定であり、ほぼ一定の速度で自由端が後退している点では最初の圧縮波の伝播の模様と同じであるが、弾性体が膨らんでいく過程は全く異なる。しかし、再圧縮においても固定境界面に到達

した圧縮波が固定境界面において更に大きく膨らみ、圧縮波として反射し、自由端に向かって進行していく現象は変わらないことが解る。

図 5.12 は固定端に到達した圧縮波が圧縮波として反射した後、自由端に到達し、反射する $t=7.50(\text{ms})$ から $t=8.75(\text{ms})$ までの過程を示す。再び固定端で反射した圧縮波は、約 $t=8.00(\text{ms})$ において自由端へ到達する。

以上に示した一連の図より、弾性体の非定常変動は一度目の波の伝播と二度目の波の伝播とは、波の伝播していく模様に違いが見られるものの、

1. 圧縮波は固定端では圧縮波として反射し、自由端では膨張波として反射する。
2. 膨張波は固定端では膨張波として反射し、自由端では圧縮波として反射する。

という気体中の波の反射と基本的に同質の伝播挙動を繰り返しつつ弾性体内部を波が往復することがわかる。

(c) 時間経過の比較

6 種類のステップ状衝撃圧縮荷重を与えた場合におけるゴムの自由端における x 軸方向への移動の時間変化の比較を図 5.13 に、ゴムの固定端における主応力の時間変化の比較を図 5.14 に示す。

図 5.13 から、ゴムの自由端における x 軸方向への移動は、各圧力比において減衰振動を示す。さらに、この減衰振動は、圧力比が高くなると共に振動の周期が短くなっていくことが解る。各波形の第一波における最大移動量をそれぞれ比較すると、印加する圧力比が低い $P_4/P_1=2$ 及び 5 の間では最大移動量の差は非常に大きい、印加する圧力比が高い $P_4/P_1=25$ 及び 30 の間では印加する圧力比が大きいかかわらず、最大移動量にそれほど差は見られない。しかし、減衰振動の周期は印加する圧力比の上昇に伴って短くなっていくことが解る。

図 5.14 から、ゴムの固定端における主応力の時間変化は、印加する圧力比の上昇により大きく異なることがわかる。応力振動の周期は、最大移動量の比較で示したように印加する圧力比の上昇に伴って短くなっていく。

$P_4/P_1=2$ 及び 5 のような印加する圧力比の低い場合は応力変動が緩やかであり、各波形の第一波における最大応力を示す部分に平坦な部分があることが解る。この応力の持続は $P_4/P_1=10$ まで見ることが出来る。印加する圧力比が上昇していくことによりこの平坦な部分は無くなっていき、応力変動は激しくなっていく。

図 5.15,5.16 は $P_4/P_1=15$ (Case 4) における x 軸方向への移動、主応力の 50(ms) までの時間変化の結果を示す。この図は、図 5.13,5.14 の 5 倍の時間経過を示している。これから、 x 軸方向への移動、応力の振動周期は、共に変化のないまま減衰していくことが確認できる。

図 5.17 に印加した外力と DLF(Dynamic Load Factor, 動荷重係数) の関係を示す。ここで DLF とは、固定端に弾性体を設置した場合に固定端の表面に発生した最大応力は、衝撃的に印加した圧力の何倍かという倍率、つまり、印加外力に対して発生した過剰な最大応力の倍率を示すものと定義する。DLF は、印加圧力比が最も

低い $P_4/P_1=2$ の時点でわずかに 2 を越えている (応力とひずみが比例しているときには, DLF は理論的に 2 である). そして, DLF は印加外力の上昇に伴い増加する模様が見られる.

図 5.19 は, 弾性体の自由端および内部におけるリーマン波の絶対速度 C, U_r の時間変化と, そのサンプリングを行った点の概略図を図 5.18 に示す. 概略図に示すように, 時間経過のサンプリングを行った点は, 弾性体の自由端から順に弾性体先端から初期長の $1/5, 2/5, 3/5, 4/5$ の 5 点とした. C, U_r 共に, Point 1 の波形における初期の振動は境界条件の与え方による誤差が考えられ, 本質的な物ではない. 各点における波形は, 基本的に同じ傾向を示している. 全てのサンプリング点において U_r が C を上回る事はなく, 本計算の条件下では弾性体中を伝播する応力波の速度は, 亜音速である事がわかる.

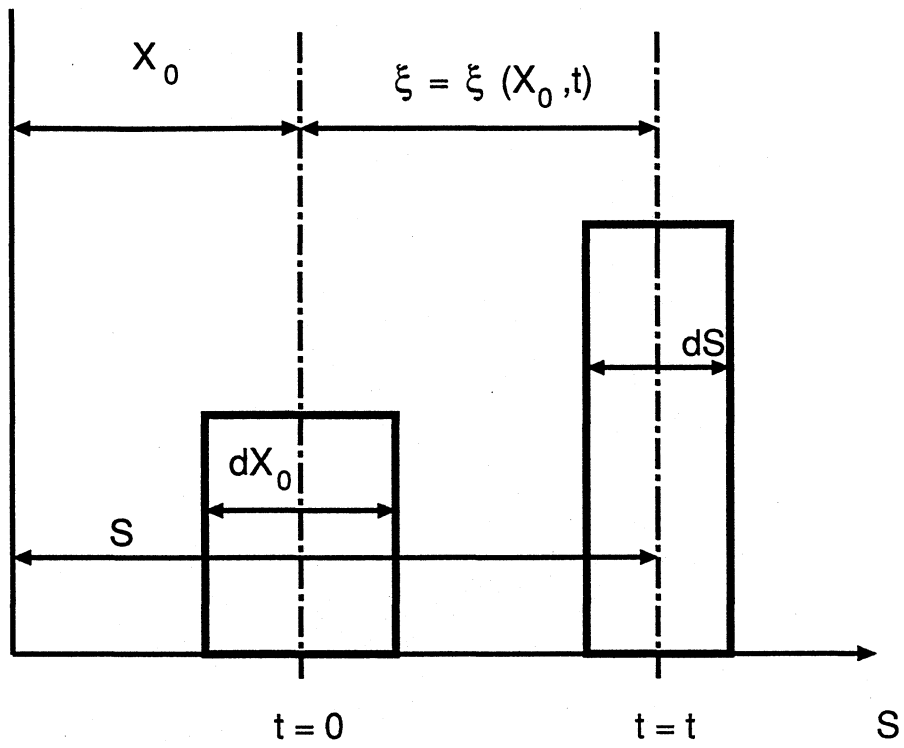


図 5.1 変形前, 変形後の質量要素

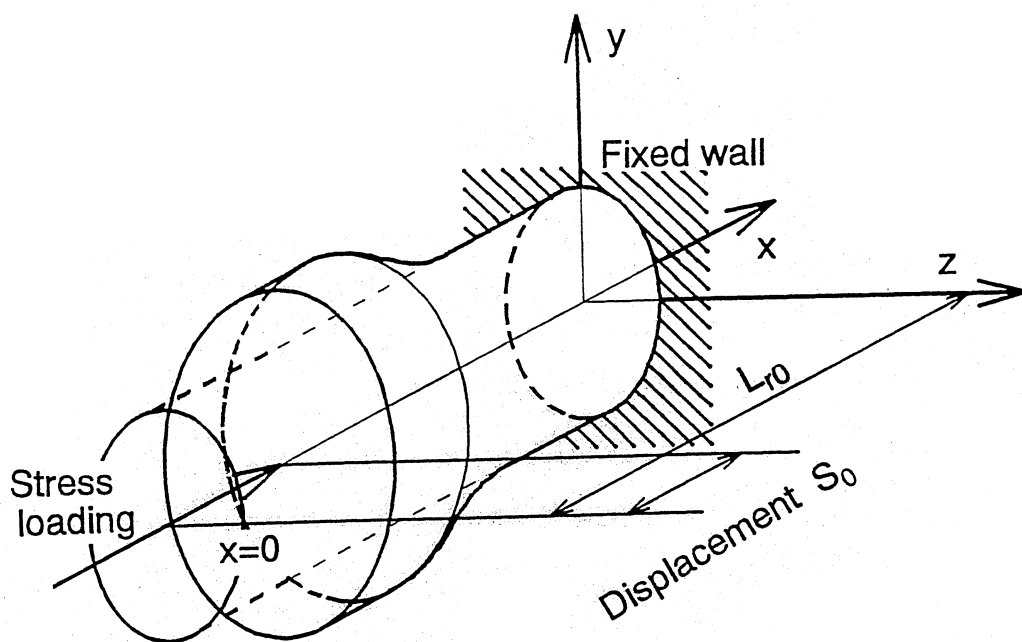


図 5.2 圧縮単軸応力荷重の模式図 (非定常変形の例)

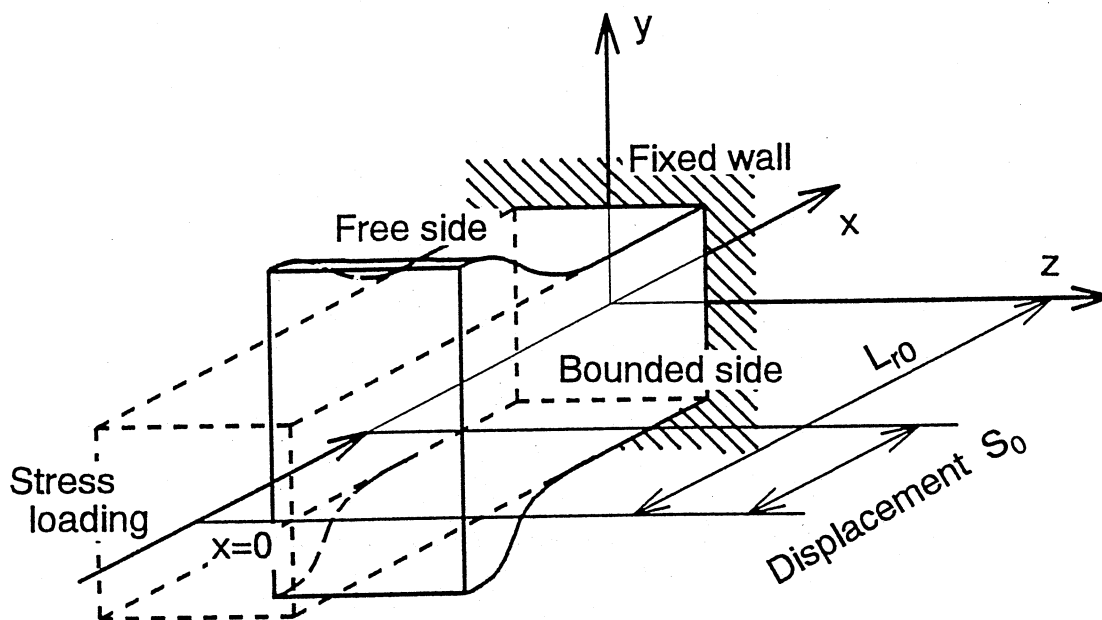


図 5.3 圧縮二軸応力荷重の模式図 (非定常変形の場合)

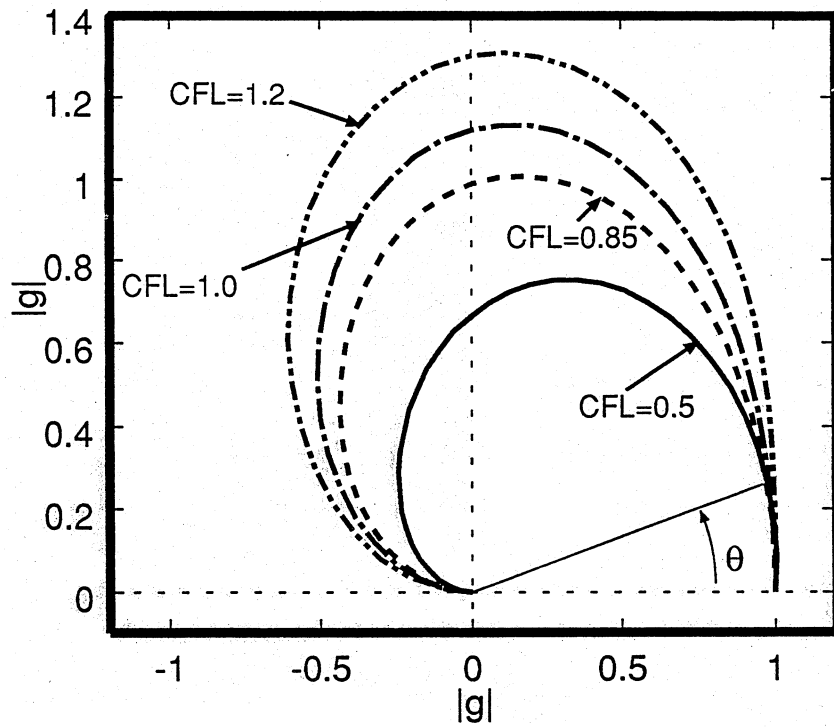


図 5.4 本計算スキームの増幅率とクーラン数との関係

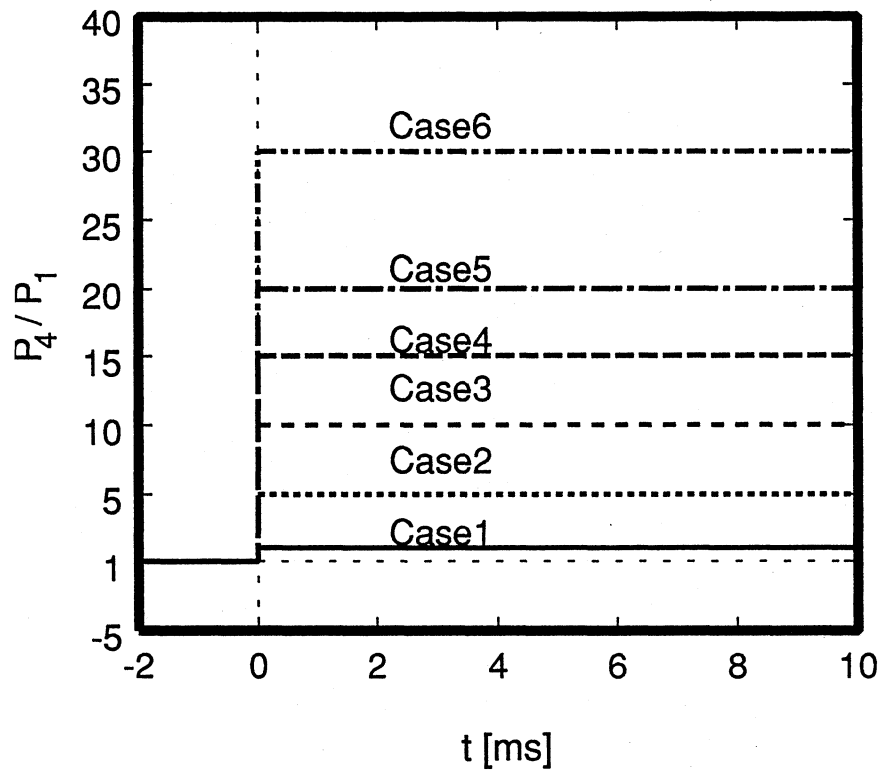


図 5.5 圧力の時間履歴

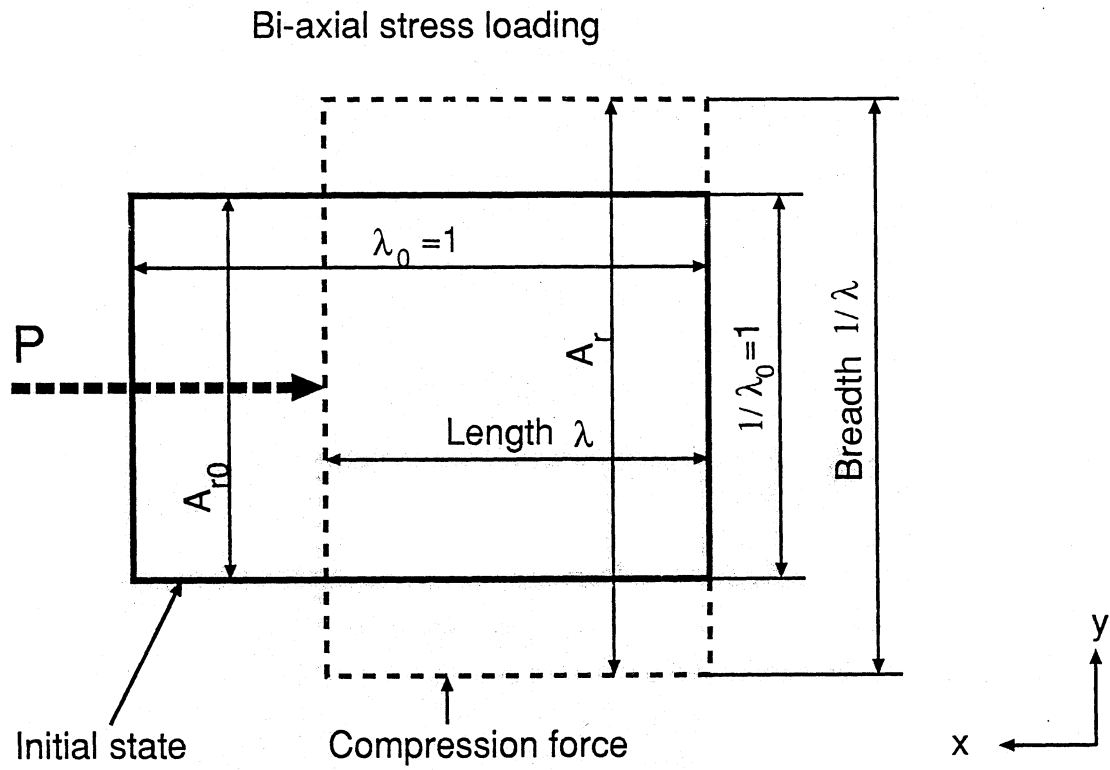


図 5.6 圧縮二軸応力荷重条件のゴムの膨らみ

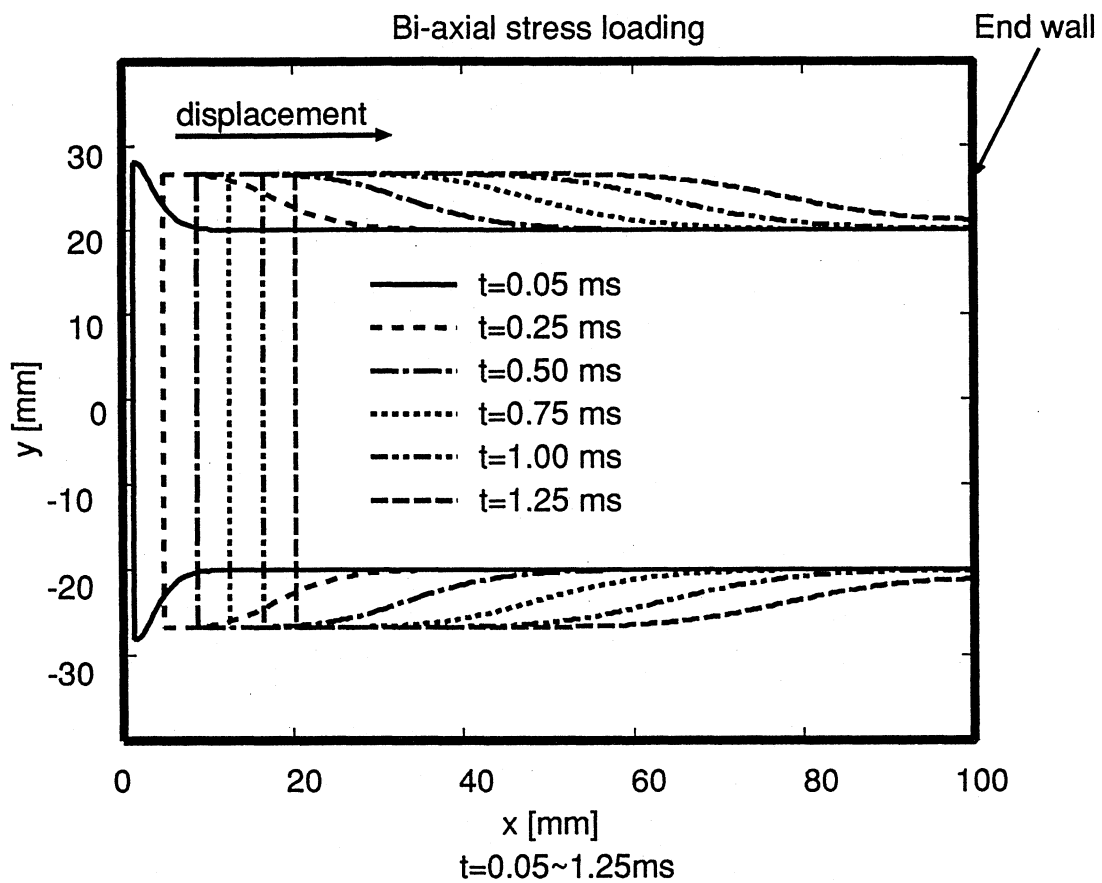


図 5.7 各時刻におけるゴムの膨らみ ($t=0.05\sim 1.25\text{ms}$, $P_4=1.5\text{MPa}$, Case 4)

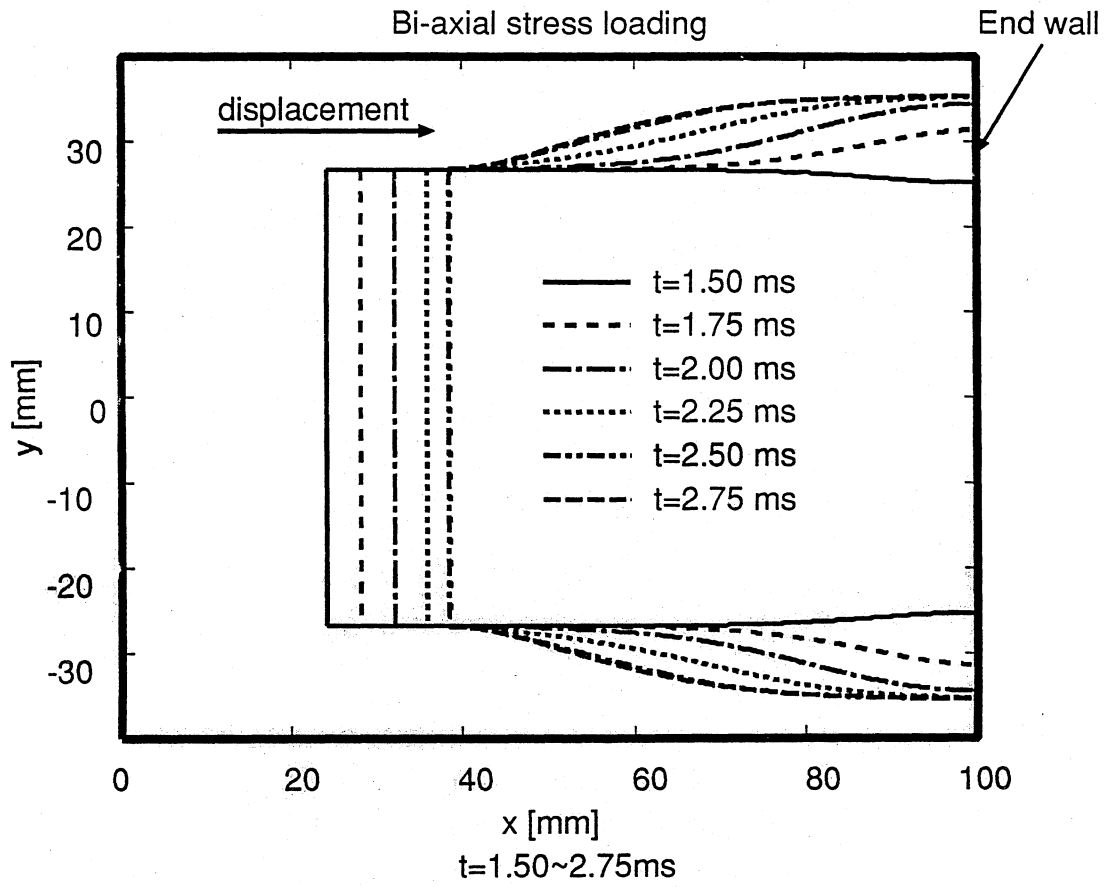


図 5.8 各時刻におけるゴムの膨らみ ($t=1.50\sim 2.75\text{ms}$, $P_4=1.5\text{MPa}$, Case 4)

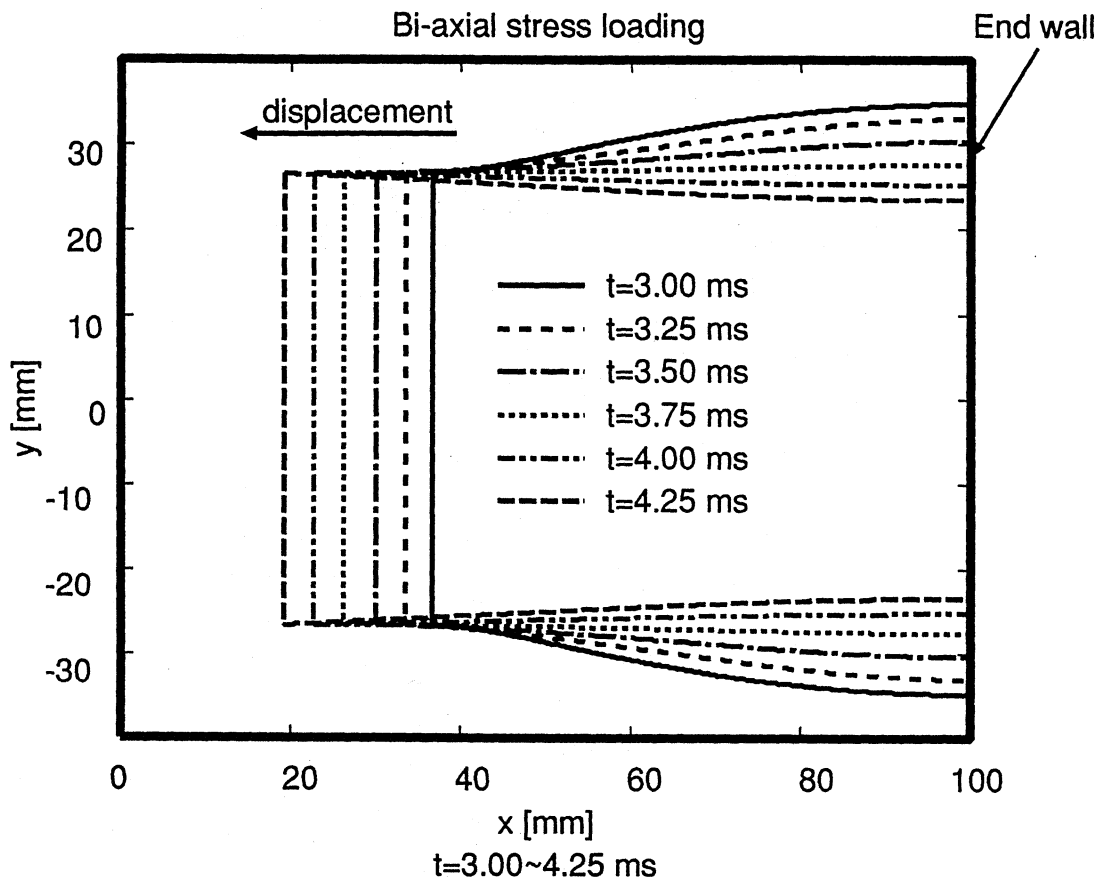


図 5.9 各時刻におけるゴムの膨らみ ($t=3.00\sim 4.25\text{ms}$, $P_4=1.5\text{MPa}$, Case 4)

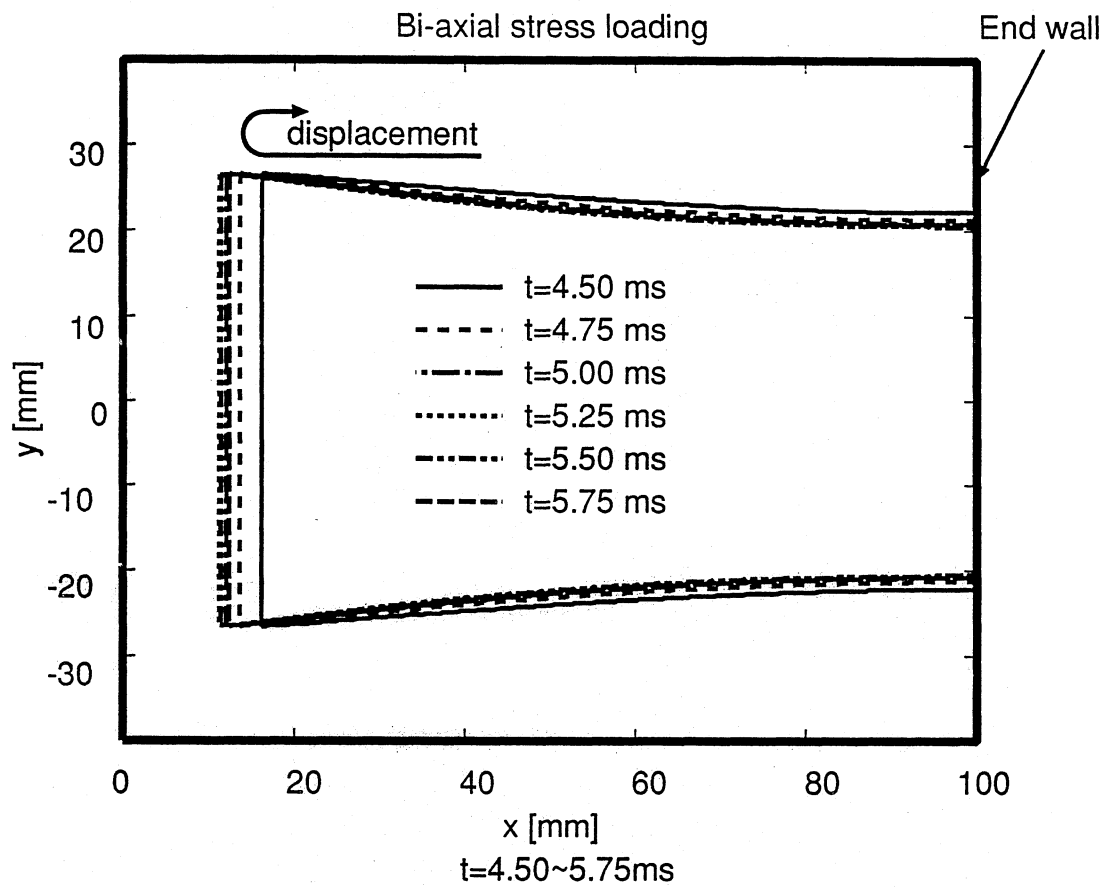


図 5.10 各時刻におけるゴムの膨らみ ($t=4.50\sim 5.75\text{ms}$, $P_4=1.5\text{MPa}$, Case 4)

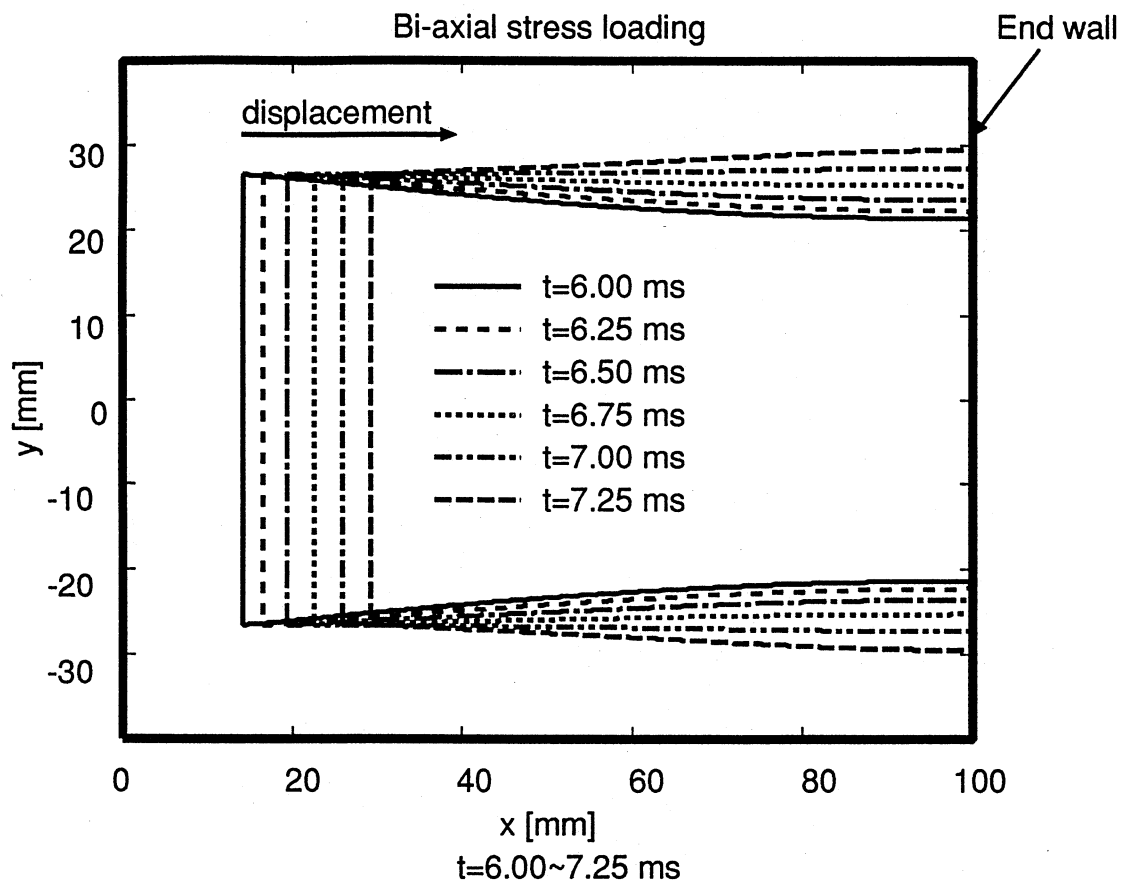


図 5.11 各時刻におけるゴムの膨らみ ($t=6.00\sim 7.25\text{ms}$, $P_4=1.5\text{MPa}$, Case 4)

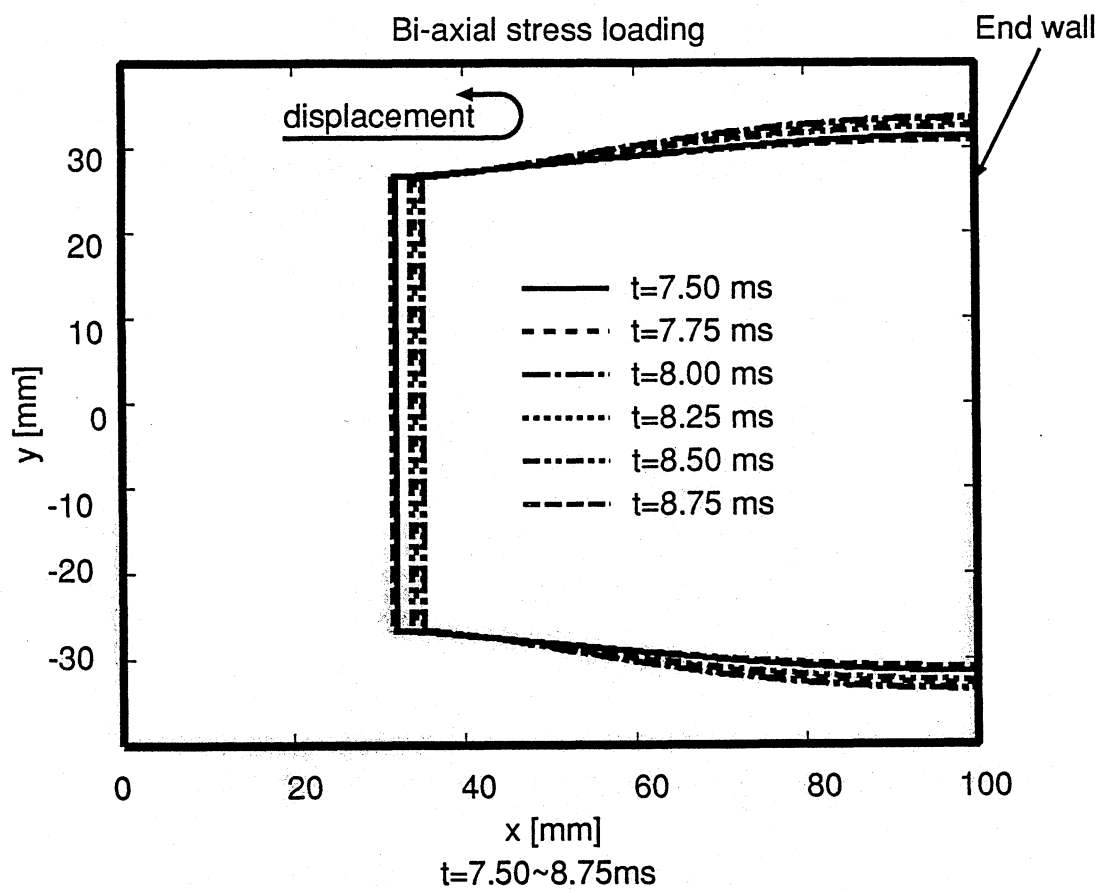


図 5.12 各時刻におけるゴムの膨らみ ($t=7.50\sim 8.75\text{ms}$, $P_4=1.5\text{MPa}$, Case 4)

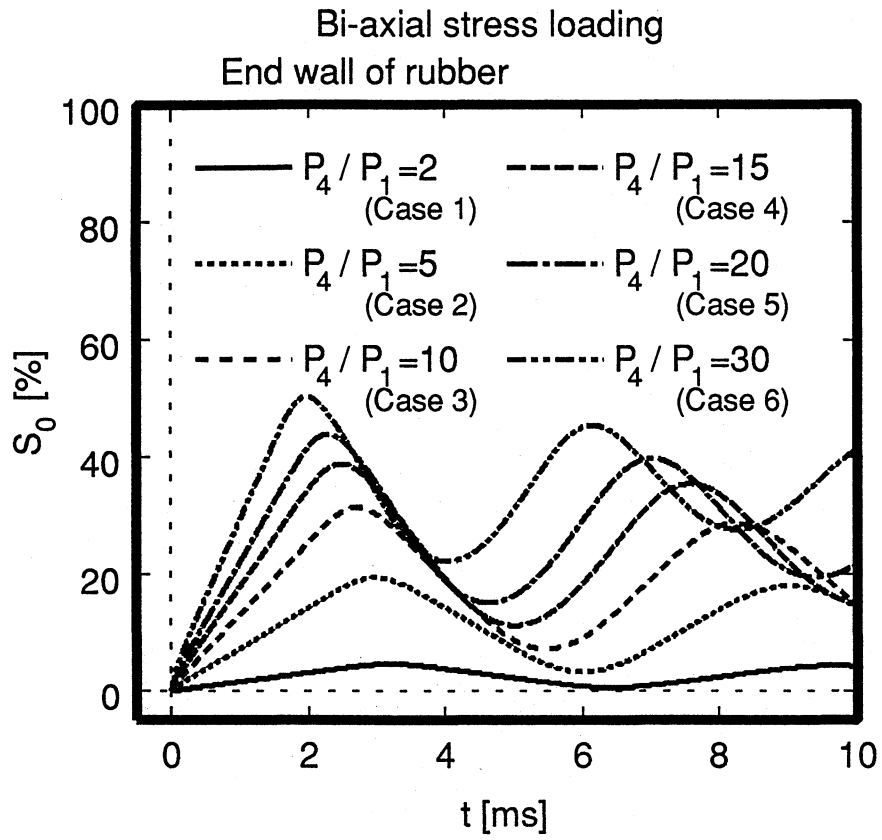


図 5.13 ゴムの自由端における移動の時間変化

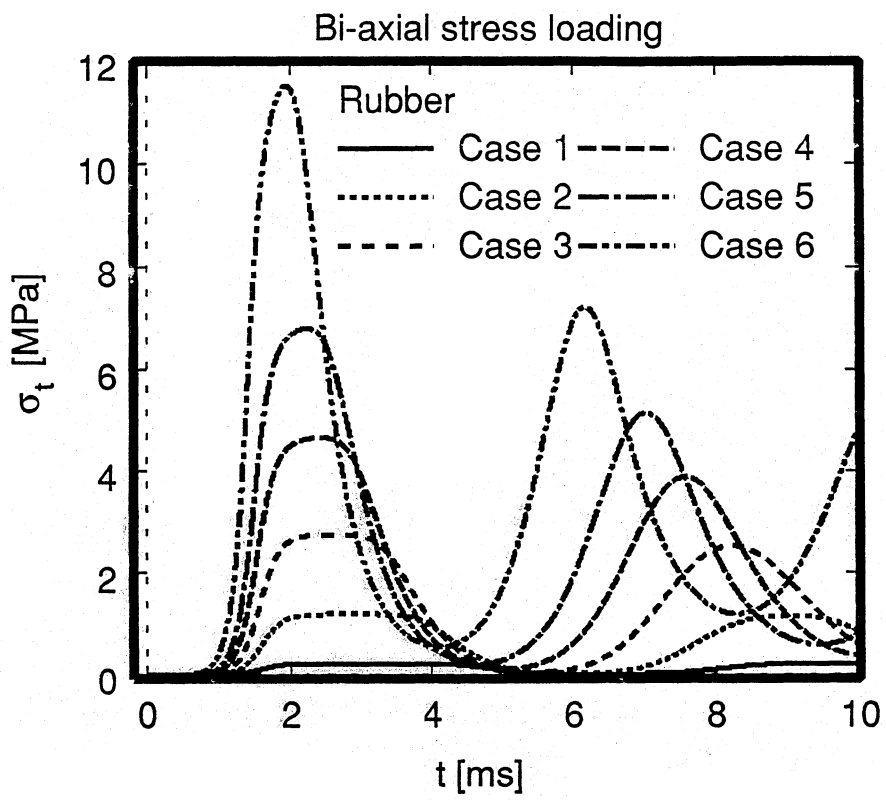


図 5.14 ゴムの固定端における主応力の時間変化

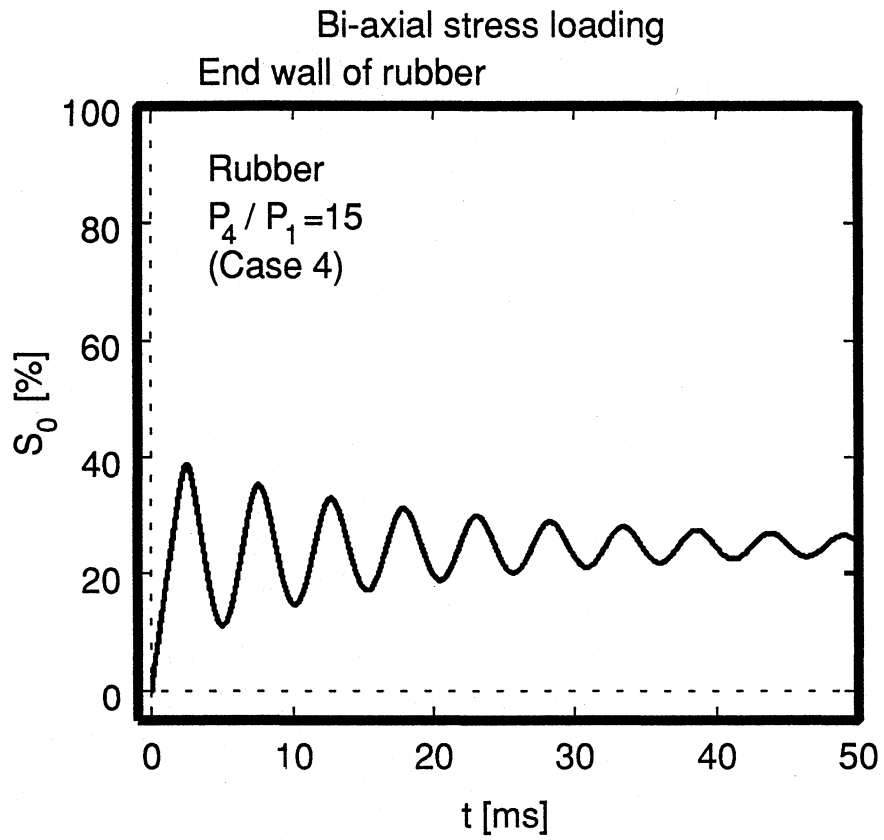


図 5.15 ゴムの自由端における移動の時間変化 ($P_4=1.5\text{MPa}$, Case 4)

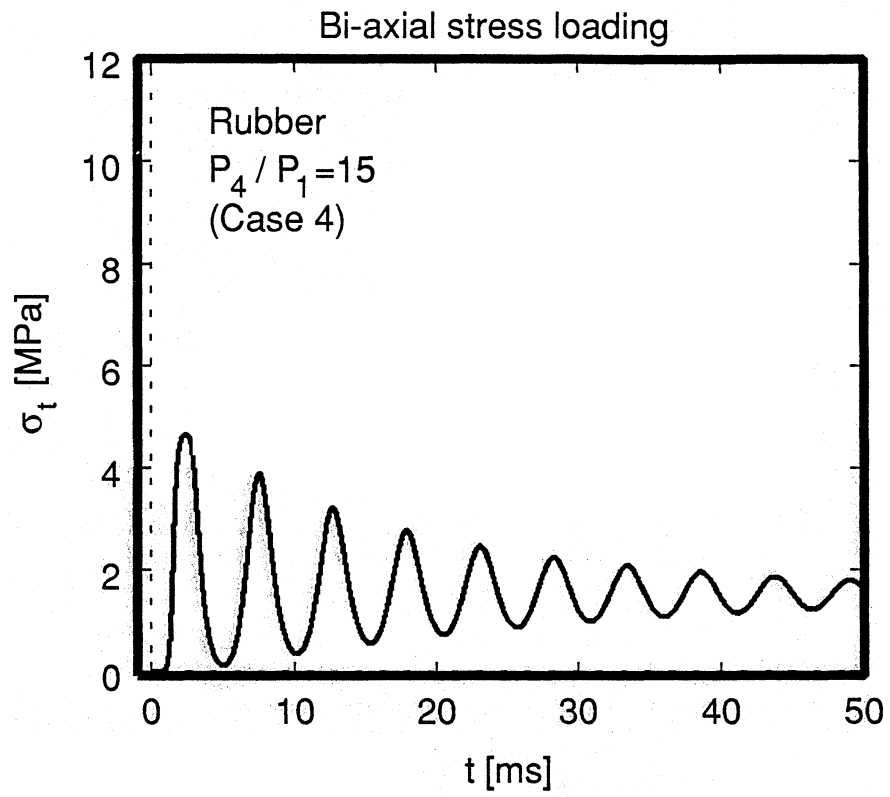


図 5.16 ゴムの固定端における主応力の時間変化 ($P_4=1.5\text{MPa}$, Case 4)

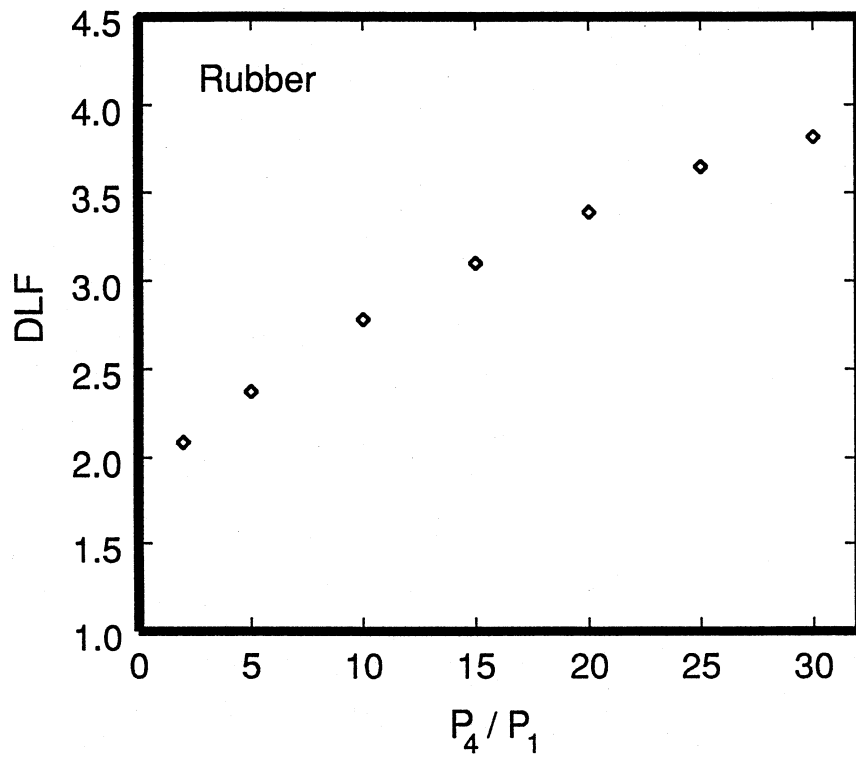


図 5.17 ゴムの衝撃波管圧力比と DLF(動荷重係数) との関係

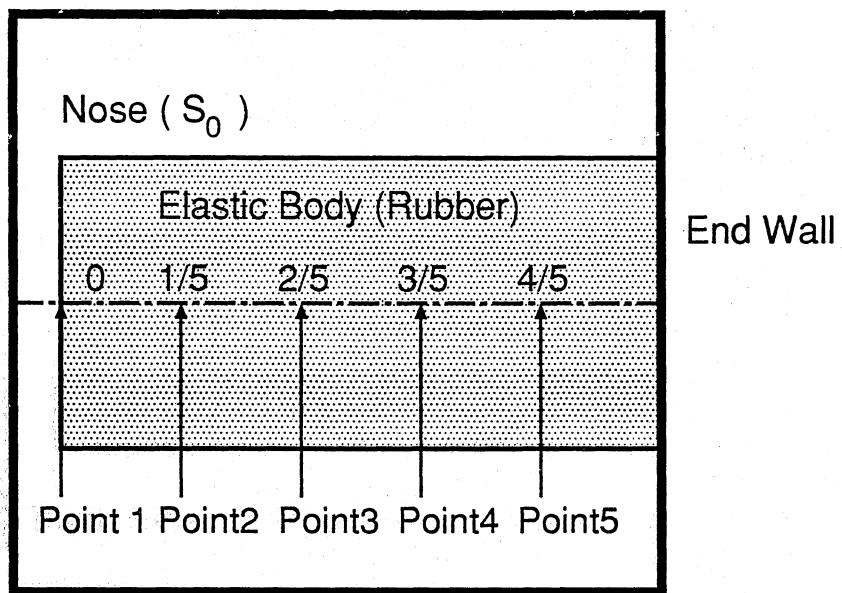


図 5.18 リーマン波の絶対速度のサンプリング点の概略図

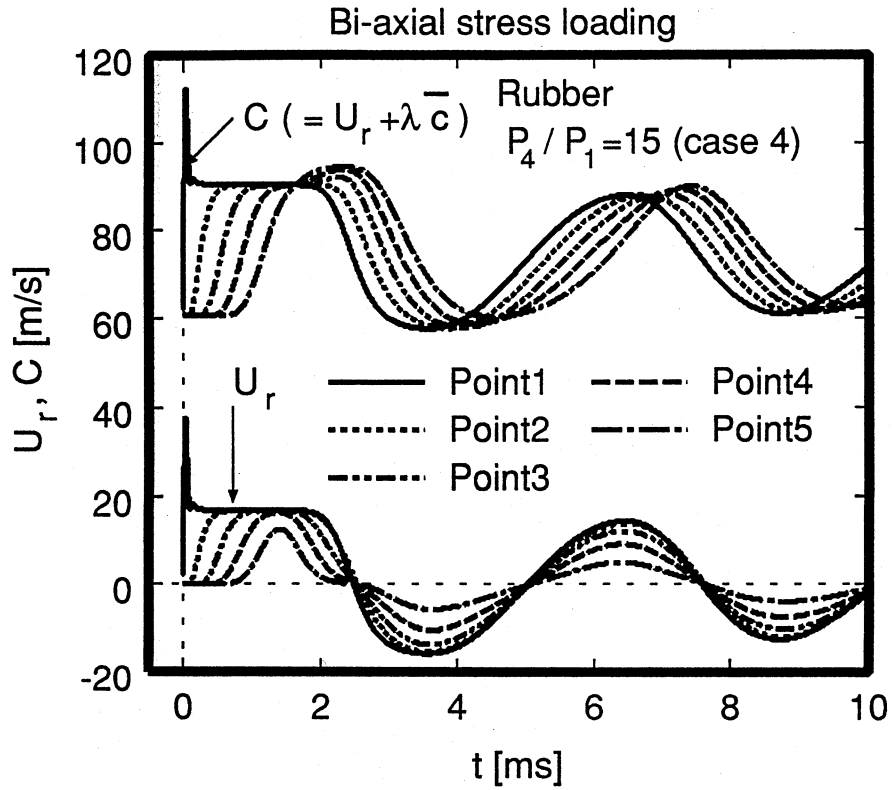


図 5.19 弾性体の自由端及び内部におけるリーマン波の絶対速度 C, U_r の時間変化

5.3 気体衝撃波の衝突による柱状ゴムの一次元干渉解析, 及び実験との比較

5.3.1 気体側の基礎方程式

気体衝撃波の衝突による柱状ゴムの一次元変動解析を行うに当たり、気体側の流れは圧縮性の一次元非定常問題とし、流体の粘性は無視している。弾性体側の計算条件、基礎式、初期条件などは柱状ゴムにステップ状の外力を印加した場合の計算に使用したものと同一であり、気体側とゴム側は境界条件を介して同時に計算を行ったものである。また、この解析は Mazor et.al.⁽⁹⁾のゴムに関する実験の条件に合わせて行った。

気体側の基礎方程式の無次元化は弾性体側の無次元化と同じように気体の音速、密度、長さを用いた。無次元化の各量は以下の通りである。

$$t_g^* = \frac{ta_1}{L_1}, P^* = \frac{P}{\rho_{g1}a_1^2}, \rho_g^* = \frac{\rho_g}{\rho_{g1}}, x^* = \frac{x}{L_1},$$

$$U_g^* = \frac{U_g}{a_1}, T^* = \frac{C_v T}{a_1^2}, h_g^* = \frac{h_g}{\rho_{g1}L_1A_g}$$

但し、添字 g は気体 (gas) に関する量を示すもので、また

$$L_1 \equiv \frac{L_{r0}a_1}{c_0}.$$

ここで、 L_1 は、衝撃波管の長さではないので注意しなければならない。オイラー座標系で表された気体側の質量保存式は、

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g U_g)}{\partial x} = 0 \quad (5.49)$$

運動方程式は、

$$\frac{\partial(\rho_g U_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g U_g^2 + P)}{\partial x} = 0 \quad (5.50)$$

エネルギー方程式は、

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial(E + P)U_g}{\partial x} = 0 \quad (5.51)$$

$$E = \frac{P}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho_g U_g^2$$

である。ここで、 E は単位体積当たりの全エネルギー、 γ は気体の比熱比である。

オイラー座標系で表された気体側の質量保存式、運動方程式、エネルギー方程式を弾性体側と同様な方法を用いて一般座標変換を行う。まず、ラグランジュ変数 $dh_g = \rho_g(dx - U_g dt)$ と定義すると、質量と質量流束は以下ようになる。

$$\rho_g = \frac{\partial h_g}{\partial x} \quad (5.52)$$

$$\rho_g U_g = -\frac{\partial h_g}{\partial t} \quad (5.53)$$

従って、独立変数 (x, t) を (h, t) に一般座標変換を行う。

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial h_g}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial h_g} + \frac{\partial t}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial t} = \rho_g \frac{\partial}{\partial h_g} \quad (5.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial h_g}{\partial t} \cdot \frac{\partial}{\partial h_g} + \frac{\partial t}{\partial t} \cdot \frac{\partial}{\partial t} = -\rho_g U_g \frac{\partial}{\partial h_g} + \frac{\partial}{\partial t} \quad (5.55)$$

となる。

従って、オイラー座標系の式(5.49), 式(5.50), 式(5.51)に式(5.54), 式(5.55)を代入する事によってもラグランジュ座標系の基礎方程式を得ることができる。

気体側のラグランジュ変数 h_g は,

$$h_g = \int_{x(0,t)}^{x(h_g,t)} \rho_g A_g dx \quad (5.56)$$

または,

$$\rho_g(h_g, t) \frac{\partial x(h_g, t)}{\partial h_g} A_g = 1 \quad (5.57)$$

である。気体側の質量保存式は,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_g(h_g, t) \frac{\partial x(h_g, t)}{\partial h_g} \right] = 0 \quad (5.58)$$

流速 U_g は、以下のように x から求められる。

$$U_g(h_g, t) = \frac{\partial x(h_g, t)}{\partial t} \quad (5.59)$$

上式を用いて運動方程式を表すと,

$$\frac{\partial U_g(h_g, t)}{\partial t} = -A_g \frac{\partial P(h_g, t)}{\partial h_g} \quad (5.60)$$

気体側のエネルギー保存式は、熱力学の第一法則より

$$\frac{\partial e(h_g, t)}{\partial t} = -P(h_g, t) \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho_g(h_g, t)} \right)}{\partial t} \quad (5.61)$$

ただし、 e は単位体積当たりの内部エネルギーである。

5.3.2 計算手法

(a) 気体と弾性体の接触境界面の条件

今回の解析は, Mazor et.al. の実験結果との比較を行なうのであるが, Mazor et.al. は, 実験においてガスの流れの一次元性を保つために, ゴム状弾性体の前縁に板を取り付けてある. そこで, この板が非定常運動に与える影響を正しく評価できる境界条件を与える. 図 5.20 に板の取り付け方の簡略図を示す.

ガスと板との境界条件は,

$$U_g(h_g = H_g, t) = U_r(h_r = 0, t) = U_d(t) \quad (5.62)$$

弾性体の固定端では,

$$U_r(h_r = H_r, t) = 0 \quad (5.63)$$

ここで, $U_d(t)$ はゴムの自由端表面に取り付けた板の速度である. 板の速度 $U_d(t)$ は次式で与えられる.

$$w_d \frac{dU_d(t)}{dt} = P(h_g = H_g, t) A_g - |\sigma_x(h_r = 0, t)| A_{r0} - P_1(A_g - A_r) \quad (5.64)$$

ここで, w_d は板の質量である. また, 気体側のラグランジュ変数が $h_g = 0$ は固定端, $h_g = H_g$ は自由端, 弾性体側のラグランジュ変数が $h_r = 0$ は自由端, $h_r = H_r$ は固定端を示す.

(b) 離散化

数値計算は, 弾性体側と同様に時間的に前進, 空間的に中心差分近似により以下のような離散化を行った(但し, $0 \leq i \leq m$ とする).

気体の運動方程式(式(5.60))を無次元化し離散化を行うと,

$$\frac{\partial U_g^*}{\partial t^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial h_g^*} \quad (5.65)$$

$$(U_g)_i^{n+1} = (\bar{U}_g)_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta h_g} (P_{i+1}^n - P_{i-1}^n) \quad (5.66)$$

ここで,

$$(\bar{U}_g)_i^n \equiv \frac{1}{4} [(U_g)_{i+1}^n + 2(U_g)_i^n + (U_g)_{i-1}^n]$$

である. 気体の速度(式(5.59))は,

$$U_g^* = \frac{\partial x^*}{\partial t^*}$$

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \frac{\Delta t}{4} (\bar{U}_g)_i^{n+1} \quad (5.67)$$

気体の密度 (式 (5.57)) は,

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{\partial x^*}{\partial h_g^*}$$

$$\left(\frac{1}{\rho_g}\right)_i^{n+1} = \frac{x_{i+1}^{n+1} - x_{i-1}^{n+1}}{2\Delta h_g} \quad (5.68)$$

気体の圧力は,

$$P_i^{n+1} = (\rho_g^\gamma)_i^{n+1} \left(\frac{P}{\rho_g^\gamma}\right)_i^n = \frac{(\rho_g^\gamma)_i^{n+1}}{4} \left[\left(\frac{P}{\rho_g^\gamma}\right)_{i+1}^n + 2\left(\frac{P}{\rho_g^\gamma}\right)_i^n + \left(\frac{P}{\rho_g^\gamma}\right)_{i-1}^n \right] \quad (5.69)$$

である.

(c) 安定条件

気体側の CFL 条件 (Courant-Friendrichs-Lewy condition) は, 以下の式で表される.

$$(CFL)_{gas} = \frac{\Delta t}{\Delta h_g} \rho a \leq 1 \quad (5.70)$$

$$a = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$$

数値計算においては, 弾性体側の CFL 条件も同時に判定し, 計算の刻み時間は気体側, 弾性体側の全ての格子点における最も厳しい条件より決定した.

5.3.3 計算結果と変動の特徴

まず, Mazor et.al.⁽⁹⁾のゴムに関する実験条件に合わせて計算を行い, 計算法および基礎方程式について検討を行った.

初期条件は, 以下の通りである. また, その簡略配置図を図 5.21 に示す.

衝撃波管側:

入射衝撃波マッハ数; $M_s = 1.557(P_4=0.847 \text{ MPa})$

圧力; $P_1 = 0.1 \text{ (MPa)}$

速度; $U_{g4} = U_{g1} = 0 \text{ (m/s)}$

温度; $T_1 = 300 \text{ (K)}$

衝撃波管長; 9.010 (m)

高圧室容量; $0.0565 \text{ (m}^3\text{)}$

衝撃波管断面積; $A_g = 4.4 \times 10^{-3} \text{ (m}^2\text{)}(40\text{mm} \times \text{高さ } 110\text{mm})$

柱状ゴム：

弾性体内部の初期音速； $(c_0)_{\lambda=1} = 60.6$ (m/s)

ゴムの密度； $\rho_{r0} = 1014$ (kg/m³)

弾性係数； $G = 0.9317$ (MPa)

公称応力； $\sigma = 0.0$ (MPa)

ゴムの伸長比； $\lambda = 1.0$

速度； $U_{r0} = 0.0$ (m/s)

ゴムの初期長； $L_{r0} = 0.1$ (m)

断面積； $A_{r0} = 1.6 \times 10^{-3}$ (m²) (40mm×40mm)

ゴム先端の支持用ソリッドプレート質量； $w_d = 0$ (kg), $w_d = 0.123$ (kg)

上記の条件で二軸応力荷重 (Bi-axial stress loading) について計算を行った。

図 5.22 はゴムの自由端の x 軸方向への移動，図 5.23 はゴムの固定端における主応力の時間変化との関係を示す。各図中の実線は， $w_d=0.123$ kg に対する本計算， \diamond は Mazor et.al. の実験， $+$ は Mazor et.al. の計算に対する結果である。

図 5.22 において，第一波の自由端の移動の立ち上がり部分は同じ傾きが得られ，最大移動量は，実験よりわずかに低い値を示している。しかし，気体衝撃波の衝突後の第一波の下がり部分，最小移動量は実験とよく合致している。図 5.23 において，第一波の応力の立ち上がり部分は，ほぼ合致しているが，最大応力は実験よりも約 1.14 倍高くなっている。衝撃波衝突後の第一波の下がり部分の最も低い応力は実験とよく合致している。従って，これらの結果の比較において変動の大きさや周期は両者ほぼ合致しており，使用した計算法は妥当であることを示している。また，静的な応力とひずみ関係を速い現象に適用しても実験とほぼ合致している。従って，ゴムの動的な変動特性は，静的な応力とひずみ関係によりシミュレートする事ができる。

また，弾性体前面に取り付けられた板の影響を調べるために $w_d=0.123$ kg 及び $w_d=0$ kg の計算を行った。その結果を図 5.24,5.25 に示す。図 5.24 はゴムの自由端の x 軸方向への移動，図 5.25 はゴムの固定端における主応力の時間変化を，各図中の実線は， $w_d=0.123$ kg，破線は $w_d=0$ kg の結果が示されている。本計算において， $w_d=0.123$ kg の変位及び応力は $w_d=0$ kg より現象が遅れており，弾性体前面につけられた板の影響は無視できないことがわかる。この現象の遅れは板の質量 w_d の慣性による影響と考えられる。また，衝撃波管末での動荷重係数 (DLF, Dynamic Load Factor) は，固定端での弾性体表面の最大応力を，弾性体なし (剛体壁) の時の固定

端での衝撃波の反射圧力で割ったものと定義すると、この値はゴムで約 3~4 程度に達する。

図 5.26, 5.27 は各時刻における衝撃波の圧縮荷重によって軸方向に縮み、側面が広がる模様を示すゴムの側面写真について実験と本計算を比較したものである。図 5.26 は衝撃波がプレート面に到達して約 1.2 ms 後、図 5.27 は約 2.4 ms 後の結果が示されている。各図の写真は Mazor et.al. の実験結果、破線は本計算である。また、参考のために各図の点線はゴムの初期状態 (初期長さ $L_{r0}=100\text{mm}$, 初期太さ $Y_0(\propto 1/\lambda)=40\text{mm}$) を示す。図 5.26 においてゴムは長手方向に初期長さの約 0.9 倍、図 5.27 においてゴムは長手方向に初期長さの約 0.8 倍に縮んで横方向に広がっている。本計算と実験結果は長さとおさの分布がほぼ一致している。しかし、ソリッドプレート及び固定壁付近での太さの分布は計算と実験で異なっている。その理由として考えられるのは、実験においてゴムはソリッドプレート及び固定壁で接合されており、接着面の断面積の変化が拘束されて伸縮がない。しかし、今回の計算では両端共に接着せず、従って、ガス圧によって x 軸方向に縮むと共に側方に広がり得るものとした。このために太さにズレが生じると考えられる。

次に、第 4 章のポリウレタンゴムの実験について計算を行った。初期条件は、以下の通りである。また、その簡略配置図を図 5.28 に示す。

衝撃波管側：

入射衝撃波マッハ数 ; $M_s = 1.7 (P_4=1.47 \text{ MPa})$

圧力 ; $P_1 = 0.1 \text{ (MPa)}$

速度 ; $U_{g4} = U_{g1} = 0 \text{ (m/s)}$

温度 ; $T_1 = 300 \text{ (K)}$

衝撃波管長 ; 10.765 (m)

高圧室容量 ; $0.0364 \text{ (m}^3\text{)}$

衝撃波管内径 ; 0.124 (mm)

柱状ゴム (ポリウレタンゴム) :

弾性体内部の初期音速 ; $(c_0)_{\lambda=1} = 39.7 \text{ (m/s)}$

ゴムの密度 ; $\rho_{r0} = 1219 \text{ (kg/m}^3\text{)}$

弾性係数 ; $G = 0.64 \text{ (MPa)}$

公称応力 ; $\sigma = 0.0 \text{ (MPa)}$

ゴムの初期伸長比 ; $\lambda = 1.0$

速度 ; $U_{r0} = 0.0$ (m/s)

ゴムの初期長 ; $L_{r0} = 0.06$ (m)

断面積 ; $A_{r0} = 3.85 \times 10^{-3}$ (m²) (直径 70 mm)

ゴム先端の支持用ソリッドプレート質量 ; $w_d = 0.107$ (kg)

上記の条件で単軸応力荷重 (Uni-axial stress loading) について計算を行った。

図 5.29 は、ゴムの固定端における主応力の時間変化との関係を示す。図中の実線は本計算結果、 \diamond は実験結果である。計算において第一波の応力の立ち上がり部分は実験結果と同じ傾きが得られたが、最大ピーク応力は実験結果より約 1.5 程度の高い値を示している。しかし、衝撃波衝突後の最も低い応力は、実験結果とよく合致している。

これらの計算結果からゴム状弾性体の一次元計算において実験をほぼシミュレートする事が確認できる。

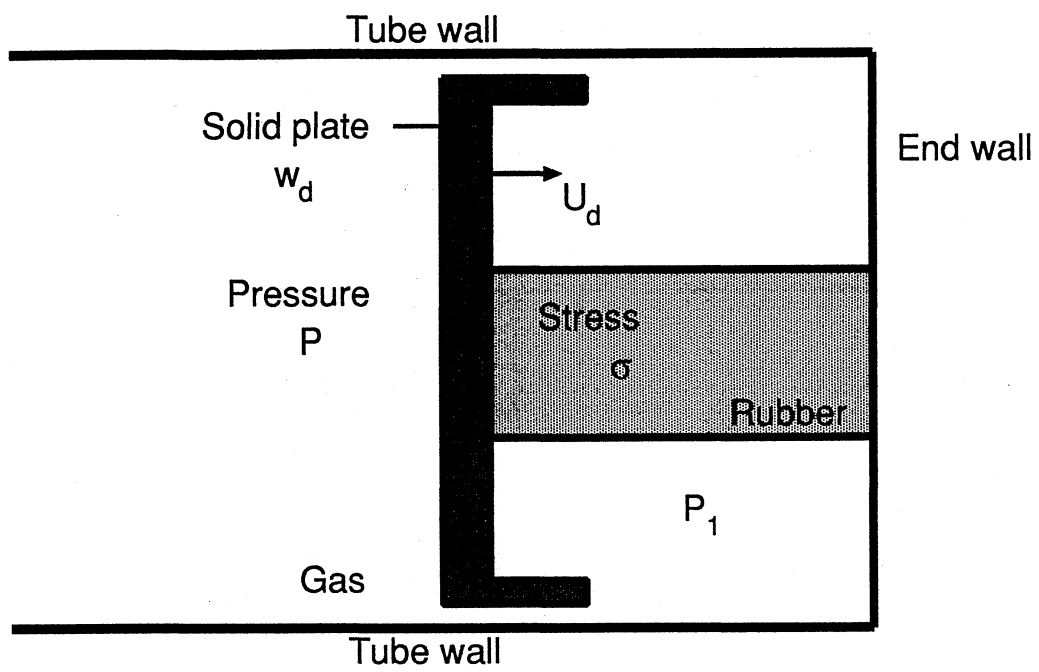


図 5.20 板の取り付け方の簡略図

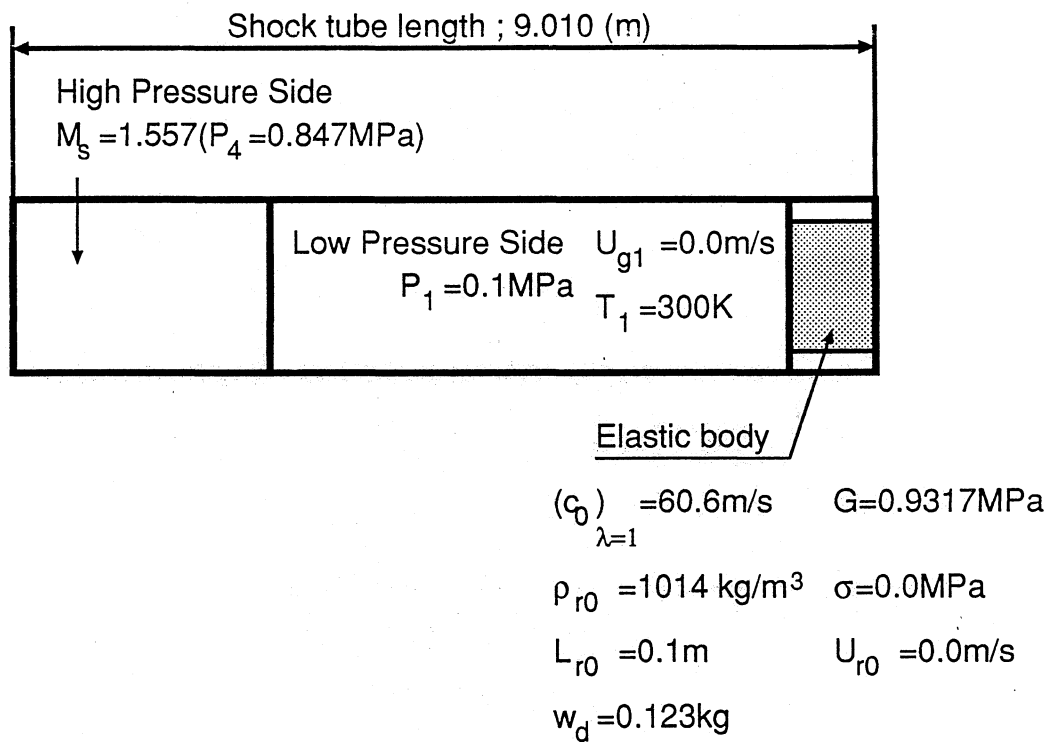


図 5.21 干渉計算の初期条件

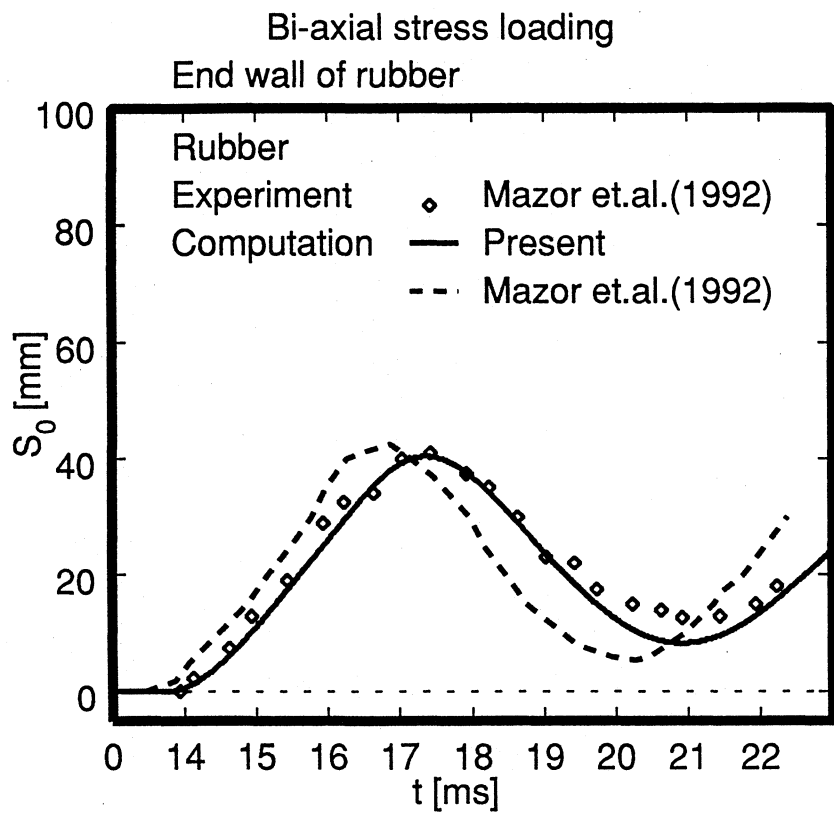


図 5.22 ゴムの自由端における移動の時間変化 (衝撃波管問題, $L_{r0}=100\text{mm}$)

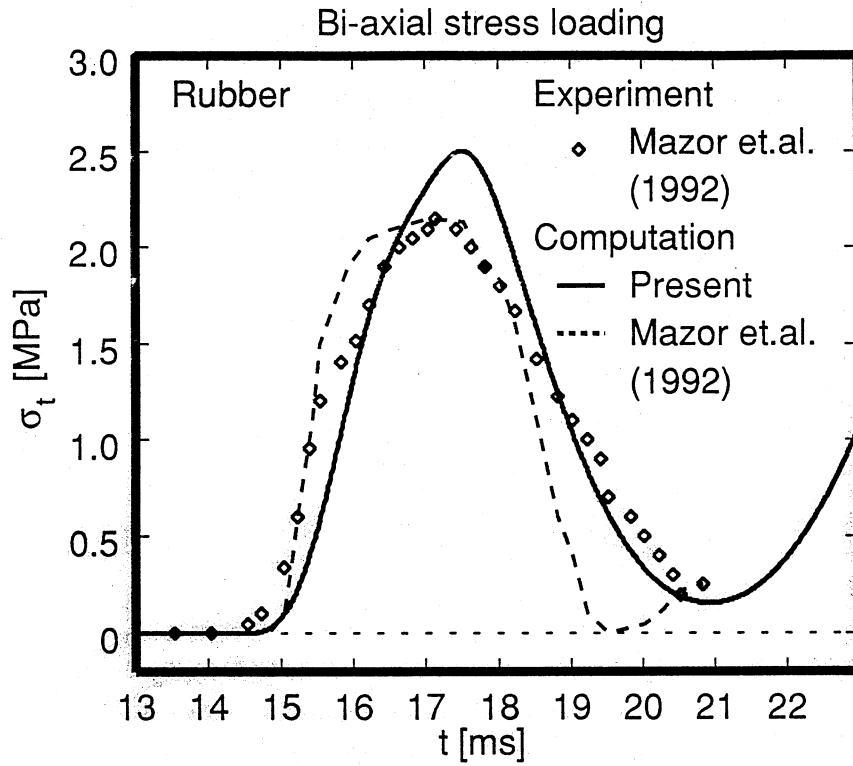


図 5.23 ゴムの固定端における主応力の時間変化 (衝撃波管問題, $L_{r0}=100\text{mm}$)

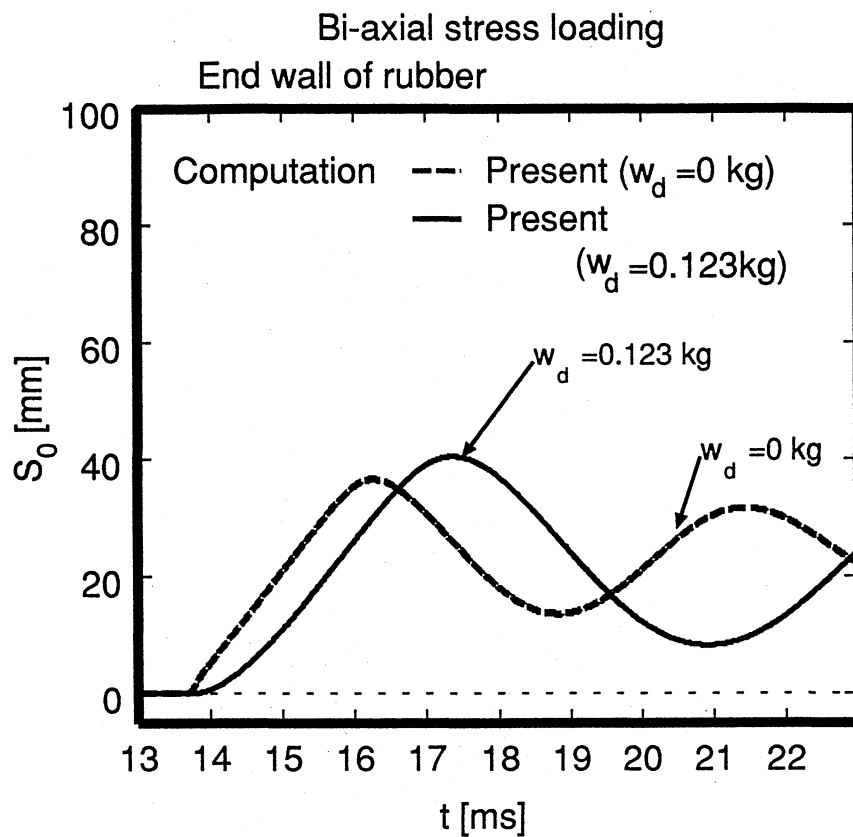


図 5.24 ゴムの前面に付けられた板の影響
(ゴムの自由端における移動の時間変化, 衝撃波管問題, $L_{r0}=100\text{mm}$)

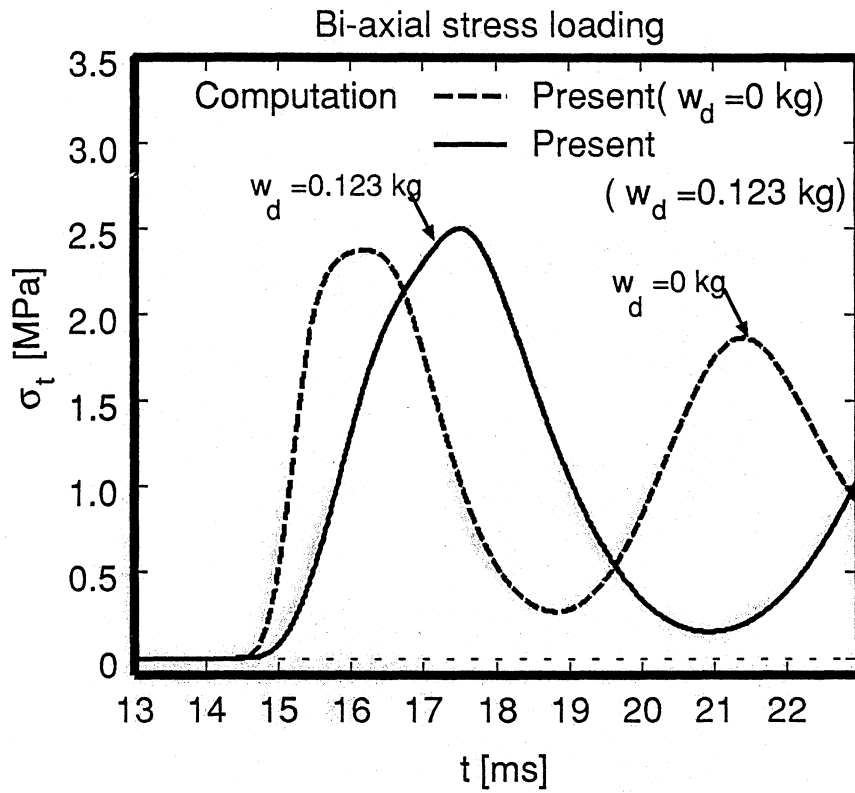


図 5.25 ゴムの前面に付けられた板の影響
 (ゴムの固定端における主応力の時間変化, 衝撃波管問題, $L_{r0} = 100$ mm)

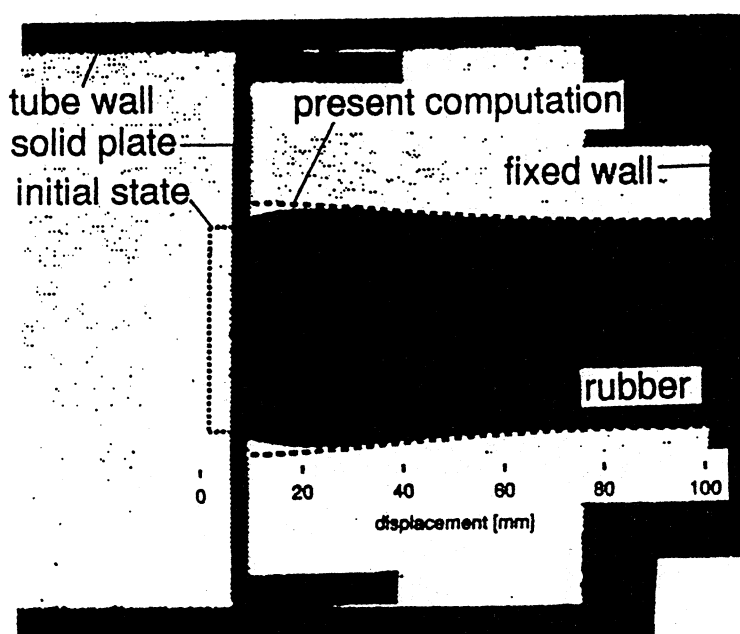


図 5.26 ゴムの側面写真について実験と計算との比較 (実験 Mazor et.al.⁽⁹⁾, $t=1.2(\text{ms})$)

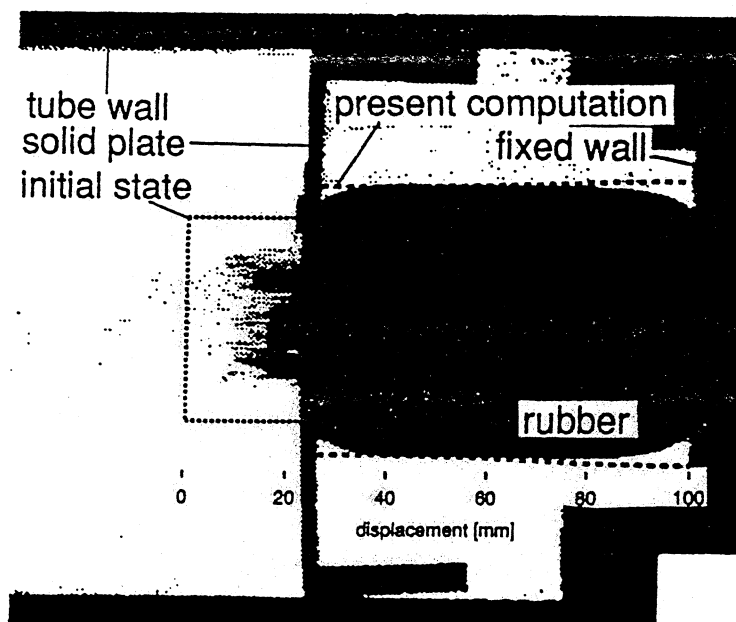


図 5.27 ゴムの側面写真について実験と計算との比較(実験 Mazor et.al.⁽⁹⁾, $t=2.4(\text{ms})$)

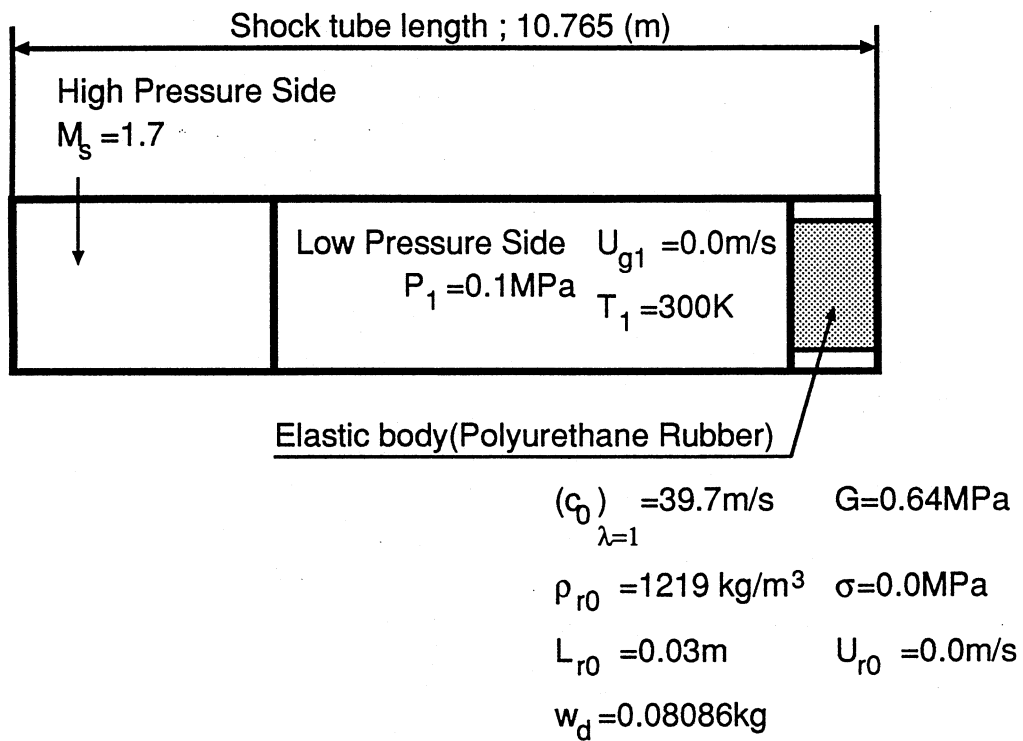


図 5.28 干渉計算の初期条件

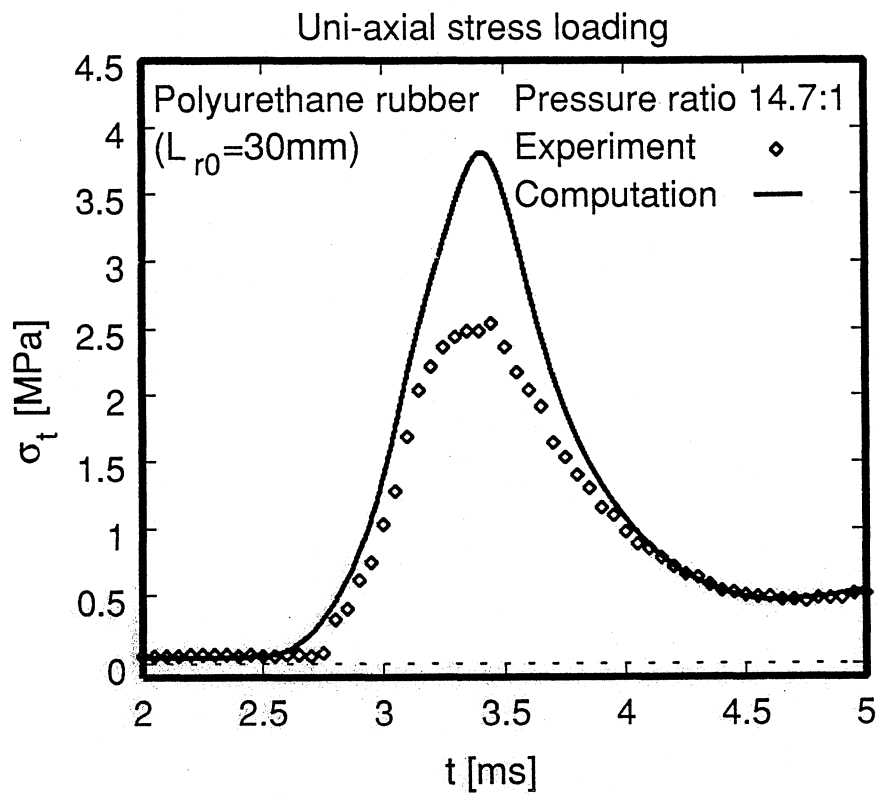


図 5.29 ゴムの固定端における主応力の時間変化
 (衝撃波管問題, Polyurethane rubber, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$)

Chapter 6

衝撃波の衝突による緻密なフォーム状弾性体の一次元変動解析, 及び実験との比較

6.1 はじめに

本章では衝撃波管流と管端末に固定された緻密なフォーム状弾性体との一次元干渉を数値計算により調べる。この解析は第4章のフォーム状弾性体に関する実験の条件に合わせて数値計算を行った。衝撃波管問題を解く気体側と境界条件を介して同時に計算を行ったものである。よって、第4章のフォーム状弾性体に関する実験の結果との比較による計算結果の評価を行った。

すなわち、密度がより高く、緻密で空隙率の比較的低い(76%)フェルト状のフォームを軟弾性体として用い、一次元非定常流れを取り扱うことにより、流れを簡略化し、単純化することで解析を容易にし、実験結果と数値計算結果との比較を行い軟弾性体と気体衝撃波との干渉特性を基礎的に調べる。

本研究で対象とする緻密なフォームは、負荷試験で得られた応力-ひずみ曲線に従う単一非線形弾性体と仮定して解析を行う。しかし、フォームの様なオープンセル型の多孔質媒体には内部に気泡があり、加圧に際しては圧縮による弾性ひずみと共に気泡が出入りする性質がある。従って、応力とひずみ関係は非線形弾性や加圧の場合と減圧の場合で特性が異なるというヒステリシスが現れる。本章では、ゴムのような単体扱いの領域と、空隙率(Porosity)が高くて気体衝撃波が一部がフォーム内に貫入する二相問題領域との、中間領域にある緻密なフォームの干渉の特徴について数値計算による説明を目的とする。

6.2 フォーム状弾性体の静的な応力とひずみの関係

対象とする緻密なフォーム (Felt type I) は、固気混相体として扱わず、フォーム内部に気体衝撃波は進入しないという近似を用いた。応力とひずみ関係を表す式はゴム状弾性体においては Treloar によって定義された関係式を用いたが、フォーム状弾性体の応力とひずみ関係を得るには、実験条件 (荷重条件) に対応した負荷試験から求めた応力-ひずみ曲線を採用する。弾性体の計算仮定として、弾性体の応力とひずみ関係は、静的な応力とひずみ関係が速い現象においても成立すると仮定して計算を行う。また、数値計算に際しては解析的に近似した曲線を用いる方が便利である。図 6.1 は数値計算に使用したポリウレタンフォームの単軸ひずみ荷重条件下の応力とひずみの関係を示す。各図中の○は実験結果、実線は計算で使用した近似曲線である。

近似曲線は、べき乗式を最小自乗法を用いて求め、これらの式に対する接線を求めることによって得た。ここで、それぞれの式の交点を求める際にできる限り滑らかな曲線として交わるように配慮しつつ、必要に応じて複数のべき乗式の組み合わせも行いながら近似曲線の決定を行った。これは、不用意に交点を決定した場合、数値解析を行う際に近似曲線の繋ぎ目において余計な計算誤差が発生するためである。

以上の手順により求められた近似式を、評価の対象とした試験的応力-ひずみ曲線の組み合わせと共に以下に示す。

圧縮速度 ; 10mm/min

最大圧縮荷重 ; 2.54kN

近似式

単軸ひずみ荷重 ; $(c_0)_{\lambda=1} = 28.68$ (m/s)

行き側

$$0 < \lambda \leq 0.7879 \quad \sigma_x^* = e^{(-2.436305 - 3.715043 \times \ln \lambda)}$$

$$0.7879 < \lambda \leq 1 \quad \sigma_x^* = -0.9999996 \times (1 - \lambda)$$

帰り側

$$0 < \lambda \leq 0.8464 \quad \sigma_x^* = e^{(-5.041196 - 5.5086172 \times \ln \lambda)}$$

$$0.8464 < \lambda \leq 1 \quad \sigma_x^* = -0.105488023 \times (1 - \lambda)$$

6.3 計算結果と変動の特徴

数値計算は、差分近似を用いて空間二次精度中心差分、時間四次精度ルンゲクッタで行った。また、人工粘性は付加されていない。

この解析に用いたフォームは、実験で使用されたオープンセル型のフェルト状のフォーム状弾性体 (Felt type I, 空隙率 76 %, $\rho_c=290\text{kg/m}^3$) である。衝撃波管側及びフォーム状弾性体側の初期条件は以下の 2 種類である。また、その簡略配置図を図 6.2 に示す。

衝撃波管側：

1. 入射衝撃波マッハ数 ; $M_s = 1.7(P_4=1.47 \text{ MPa})$
2. 入射衝撃波マッハ数 ; $M_s = 1.9(P_4=2.45 \text{ MPa})$

各々の入射衝撃波マッハ数において

圧力 ; $P_1 = 0.1 \text{ (MPa)}$

速度 ; $U_{g4} = U_{g1} = 0.0 \text{ (m/s)}$

温度 ; $T_1 = 300 \text{ (K)}$

衝撃波管長 ; 10.520 (m)

高圧室容量 ; $0.0364 \text{ (m}^3\text{)}$

衝撃波管内径 ; 0.124 (m)

フォーム, Felt type I (ポリエステル系ウレタンフォーム) :

公称応力 ; $\sigma = 0.0 \text{ (MPa)}$

フォームの初期伸長比 ; $\lambda = 1.0$

速度 ; $U_{r0} = 0.0 \text{ (m/s)}$

フォームの初期長 ; $L_{r0} = 0.03, 0.06 \text{ (m)}$

フォームの直径 ; 0.122 (m)

上記の条件で単軸ひずみ荷重 (Uni-axial strain loading) について計算を行った。

図 6.3~6.6 はフェルト状のフォーム状弾性体 (Felt type I) の固定端における応力の時間変化を数値計算と比較したものである。図 6.3, 6.4 は弾性体の初期長さ $L_{r0}=30\text{mm}$, 図 6.5, 6.6 は弾性体の初期長さ $L_{r0}=60\text{mm}$, 図 6.3, 6.5 は圧力比 14.7:1, 図 6.4, 6.6 は圧力比 24.5:1 の結果, 図中の実線は数値計算, \diamond は実験結果である。また, 数値計算においてヒステリシスの効果は無視してある。

数値計算での応力変動は, 基本的に実験の変動特性をよく示しているが, 細部では違いが認められる。数値計算におけるフォームの固定端の応力の最大値は, 実験より約 1.2 倍程度大きくなっている。この応力の最大値の差は, フォーム中の気体の出入りを無視するという計算の近似によるものと考えられる。長さの違いによる

応力変動はフォームの長さ l と直径 d の比 (l/d) が大きくなると計算結果は実験結果とほぼ合致している。これは、 l/d が大きくなると実験の次元性が保たれるために実験結果とほぼ合致すると考えられる。従って、フォームの応力振動の減衰特性(周期、振幅)の存在とフォームの長さによる応力変動の影響は、実験結果と基本的に合致している。また、静的な応力とひずみ関係が速い現象においても成立すると仮定して計算を行なっても、実験とほぼ合致している。従って、フォームの動的な変動特性は、ゴムと共に静的な応力とひずみ関係によりシミュレートする事ができる。数値計算における衝撃波管末でのDLFは、緻密なフォーム状弾性体、ゴム共に約4程度に達している。

図6.7,6.8は、Felt type Iのフォームの自由端の x 軸方向の移動の時間変化を示す。図6.7は圧力比14.7:1、図6.8は圧力比24.5:1の計算結果、弾性体の初期長さ $L_{r0}=30\text{mm}$ である。フォームの自由端の x 軸方向の移動の往復小振動はゴムに比べて減衰が非常に早いことが確認できる。また、弾性体前面の速度を変位の傾きが一定のところより求めた結果、弾性体前面の速度は38.1及び56.6m/sである。Felt type Iのフォームは衝撃波による速やかに1/3程度の厚みに縮み、以後そこを中心とした往復小振動が続き減衰していきことがわかる。従って、緻密なフォーム状弾性体の特徴としてゴムに比べて、変形の初期に極めてやわらかく、圧縮波の伝播速度も小さいが、一気に圧縮された後は急に硬化して、より速やかに周期1ms程度の小振幅の減衰振動に入る性質のある事がわかる。

図6.9は、Felt type Iのフォームの自由端の x 軸方向の移動について実験と計算を比較したものである。図中の実線は数値計算、 \diamond は実験結果、弾性体の初期長さ $L_{r0}=60\text{mm}$ 、圧力比14.7:1である。数値計算での x 軸方向の移動、周期の大きさは、基本的に実験の変動特性をよく示している。第一波の自由端の移動の立ち上がり部はほぼ同じ傾きが得られた。これらの結果から、実験での自由端の速度は32.9m/s、計算での自由端の速度は41.5m/sであり、実験に比べて約1.2倍程度大きい。従って、フォームの自由端の x 軸方向の移動量、周期の大きさは実験とほぼ合致していることがわかる。

図6.10は、Felt type Iのフォーム中を伝播する応力波の速度と入射衝撃波マッハ数を数値計算と比較した結果を示す。図中の \square は数値計算、 \diamond は実験結果である。図より、計算結果の応力波の速度は実験結果に比べて、約1.2倍程度大きい。これは、図6.3、6.4より弾性体の応力が大きく評価されているために速度が大きくなると考えられる。また、入射衝撃波マッハ数の増加による応力波の増加の傾向は実験結果の傾向とよく一致していることがわかる。

以上のように、緻密なフォーム状弾性体の次元計算において、単一の非線形弾性体の仮定でも実験をよくシミュレートする事がわかる。

次に、数値計算においてフォームのヒステリシスによる応力変動の影響を調べた。図6.11はフェルト状のフォーム状弾性体(Felt type I)の固定端における応力の時間変化を示す。図中の実線は、ヒステリシスの効果が含まれている場合、破線はヒステリシスの効果が含まれていない場合の計算結果である。図6.11より、第一波での応力変動の時間範囲では、本質的なヒステリシスの影響は見られない。従って、数

値計算において、圧縮試験の加圧のみから求めた応力とひずみ曲線を用いても差し支えないことが確認できる。

参考までに、空隙率の高いフェルト状のフォーム状弾性体 (Felt type II) について上述の単一の非線形弾性体の仮定で計算を行った。図 6.12 はフェルト状のフォーム状弾性体 (Felt type II) の固定端における応力の時間変化を数値計算と比較したものである。図中の実線は数値計算、 \diamond は実験結果である。空隙率の高いフォーム状弾性体における応力変動は、実験の応力変動よりも著しく、はやく減衰し剛体壁のような結果に近くなっている。この本質的な不一致は、単一弾性体の仮定と気体の出入りを無視するという計算の近似によるものと考えられる。従って、空隙率の高いフォーム状弾性体には単一弾性体の仮定がまったく成り立たないことが確認できる。すなわち、高い空隙率のフォームの干渉解析ではフォーム中の空気の影響を含めた固気二相流による数値計算が必要である。

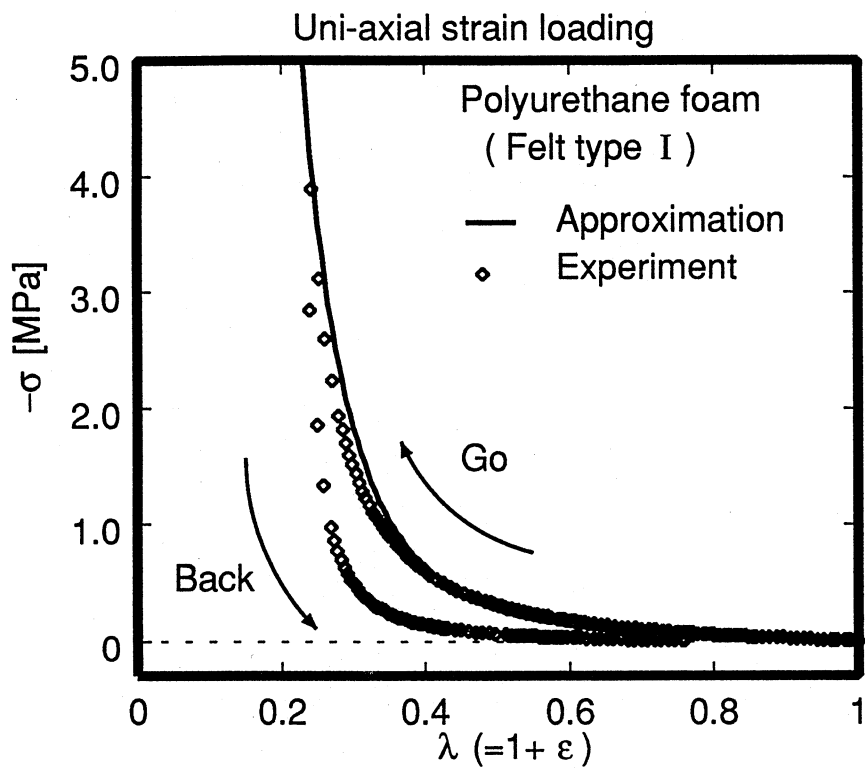


図 6.1 数値計算に使用したポリウレタンフォームの σ - λ の関係 (単軸ひずみ荷重)

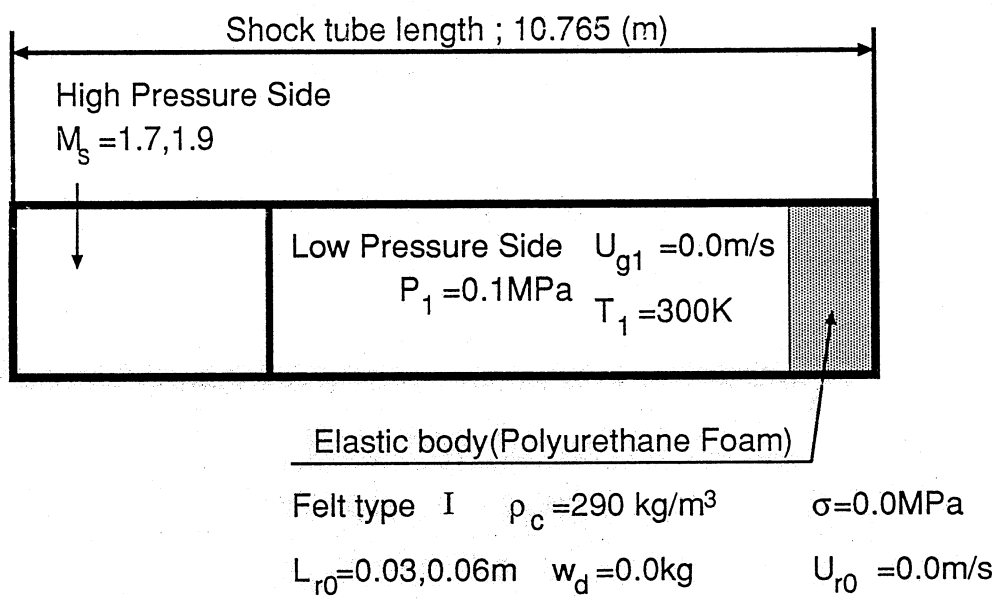


図 6.2 干渉計算の初期条件

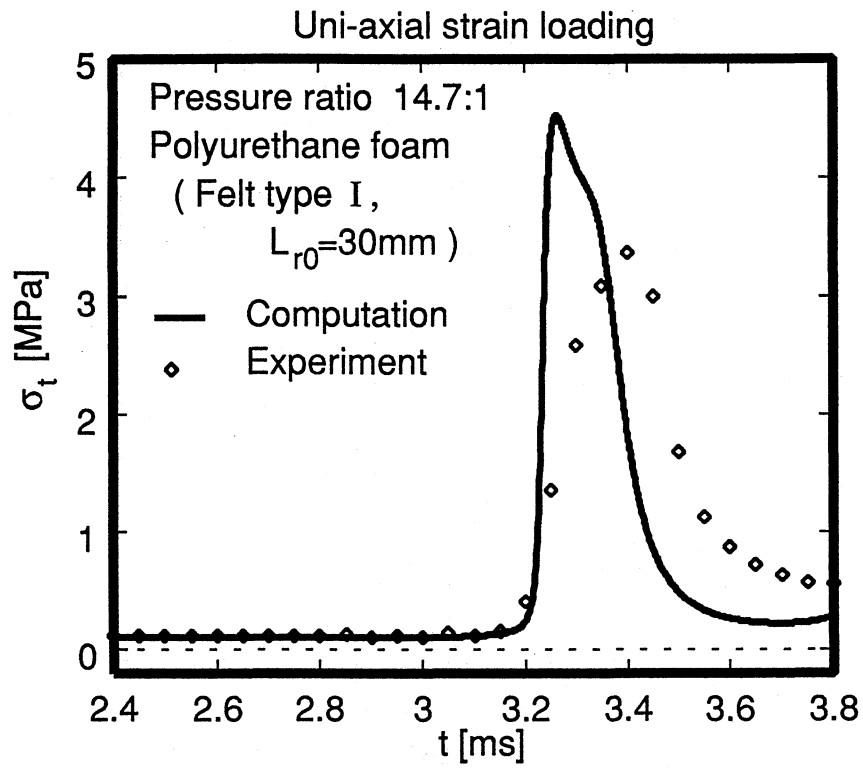


図 6.3 フォームの固定端における主応力の時間変化
 (衝撃波管問題, Felt type I, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$)

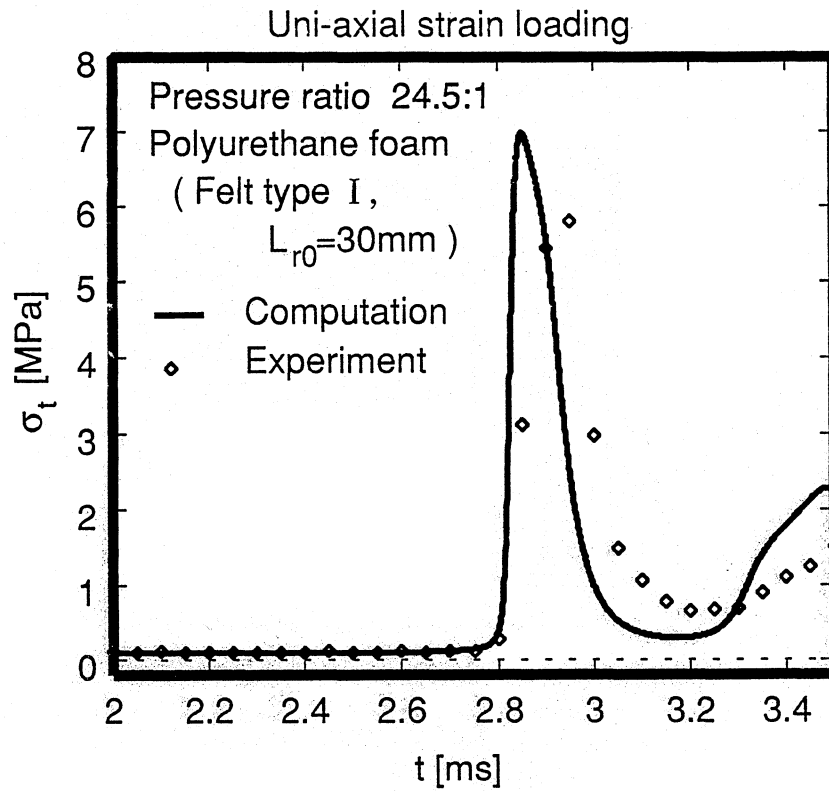


図 6.4 フォームの固定端における主応力の時間変化
(衝撃波管問題, Felt type I, $P_4=2.45\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$)

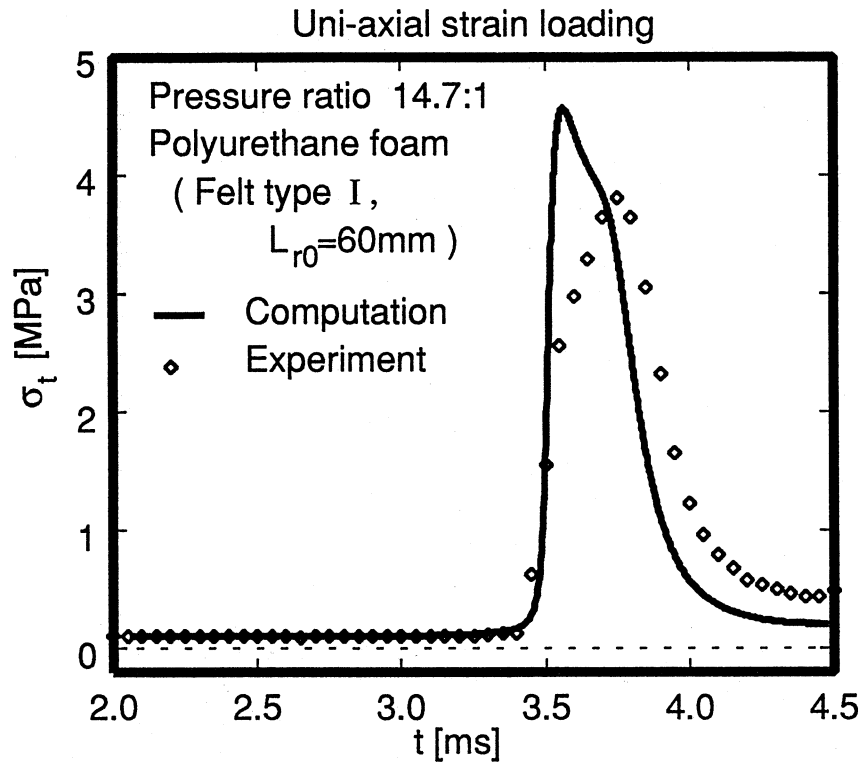


図 6.5 フォームの固定端における主応力の時間変化
 (衝撃波管問題, Felt type I, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=60\text{mm}$)

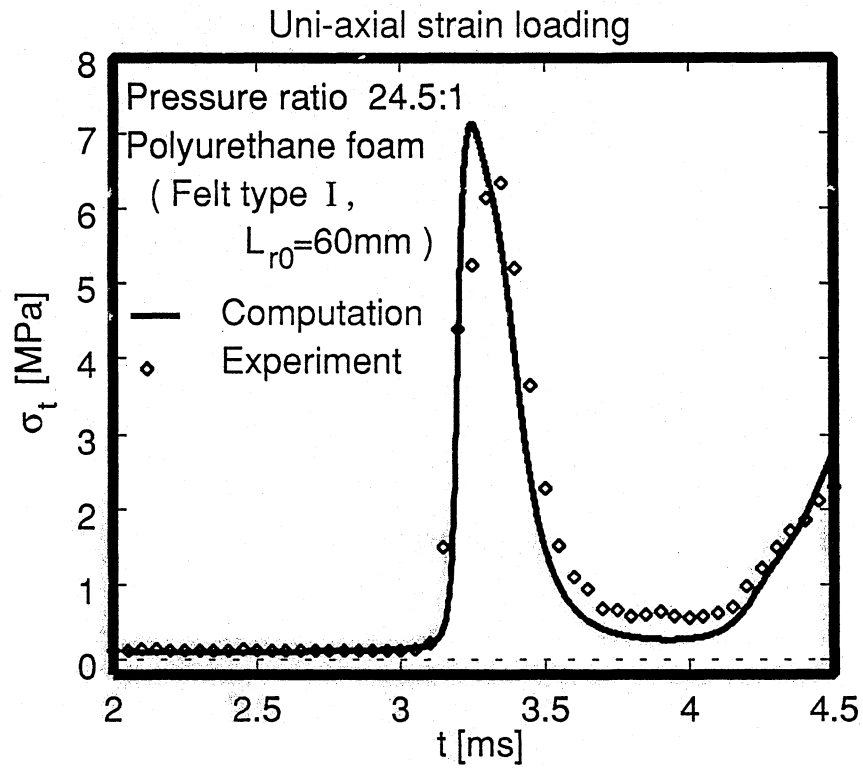


図 6.6 フォームの固定端における主応力の時間変化
 (衝撃波管問題, Felt type I, $P_4=2.45\text{MPa}$, $L_{r0}=60\text{mm}$)

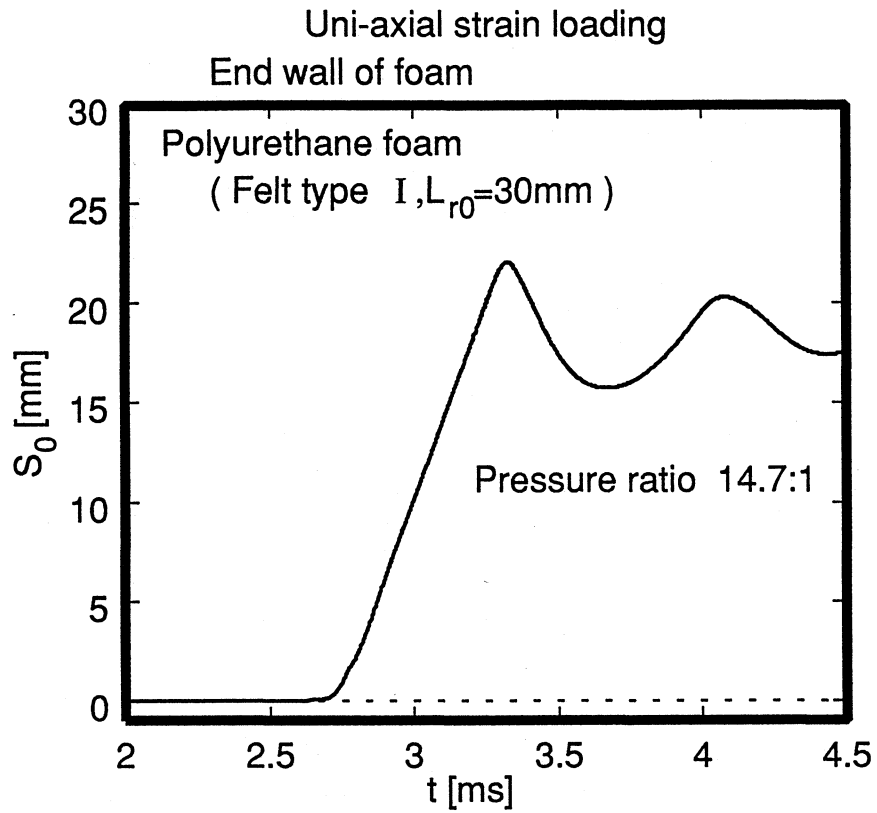


図 6.7 フォームの自由端の移動の時間変化
(衝撃波管問題, Felt type I, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$)

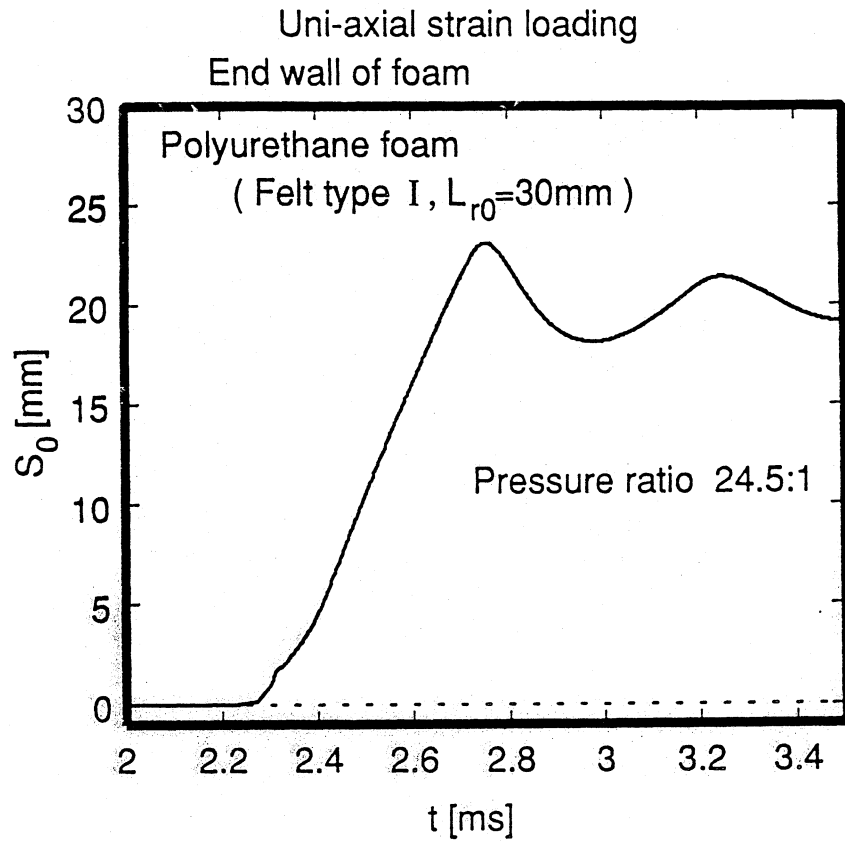


図 6.8 フォームの自由端の移動の時間変化
(衝撃波管問題, Felt type I, $P_4=2.45\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$)

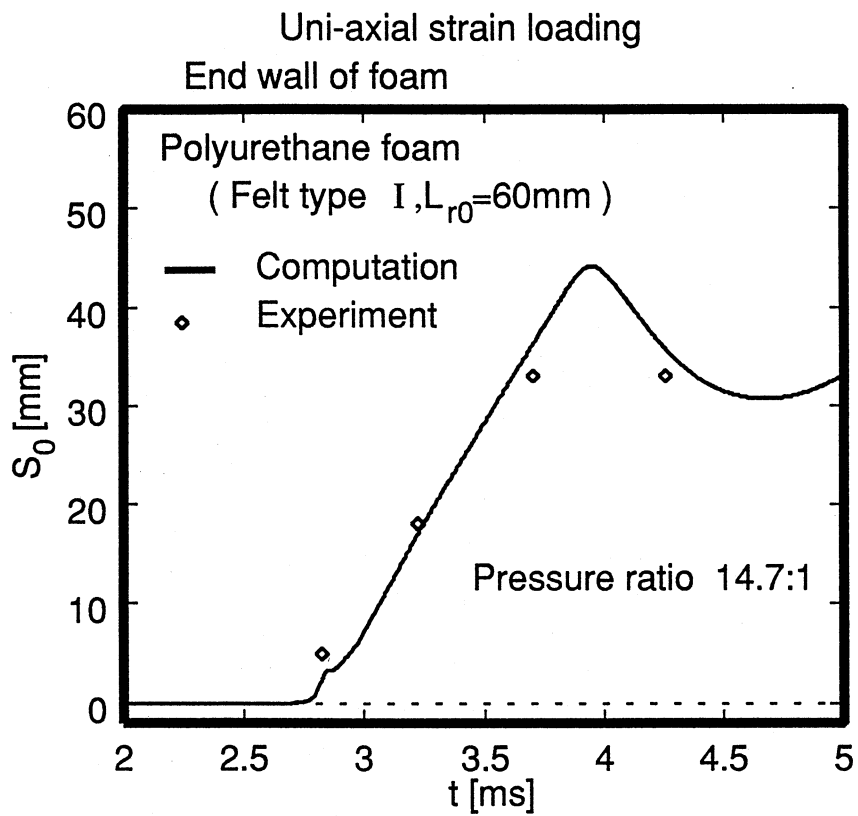


図 6.9 フォームの自由端の移動について実験と計算との比較
(衝撃波管問題, Felt type I, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=60\text{mm}$)

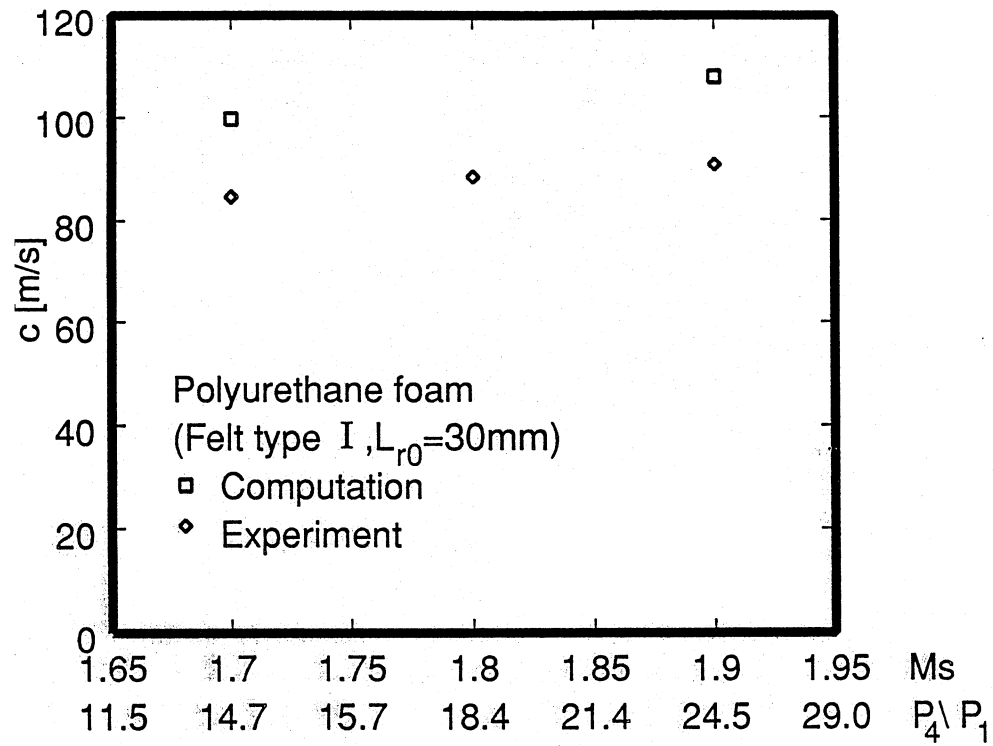


図 6.10 入射衝撃波マッハ数とフォーム (Felt type I) 中を伝播する応力波の速度との関係

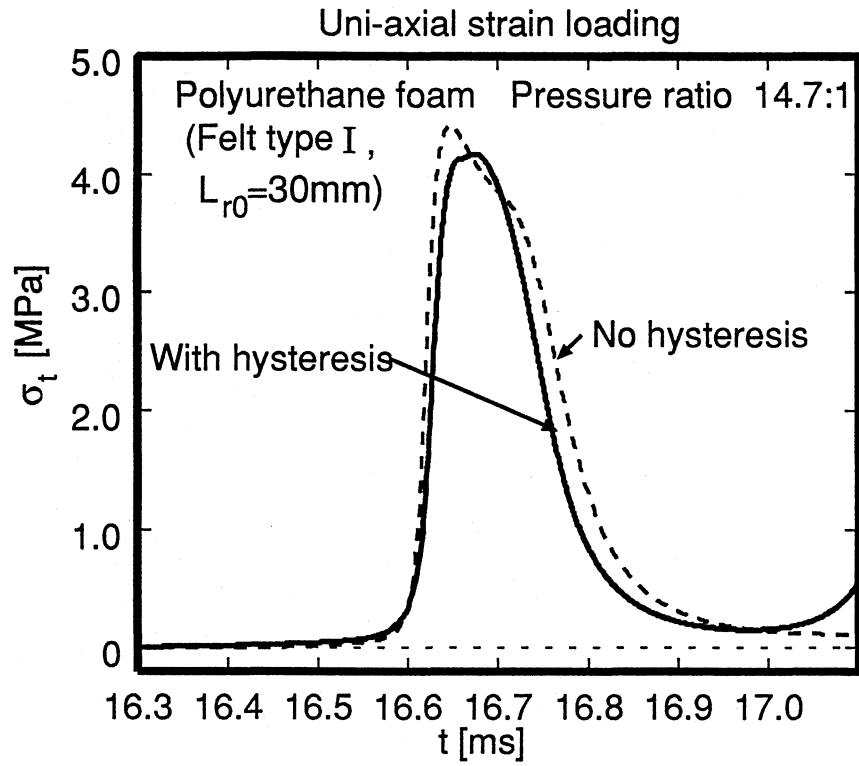


図 6.11 フォームの固定端における主応力のヒステリシス効果の比較
(衝撃波管問題, Felt type I, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=30\text{mm}$)

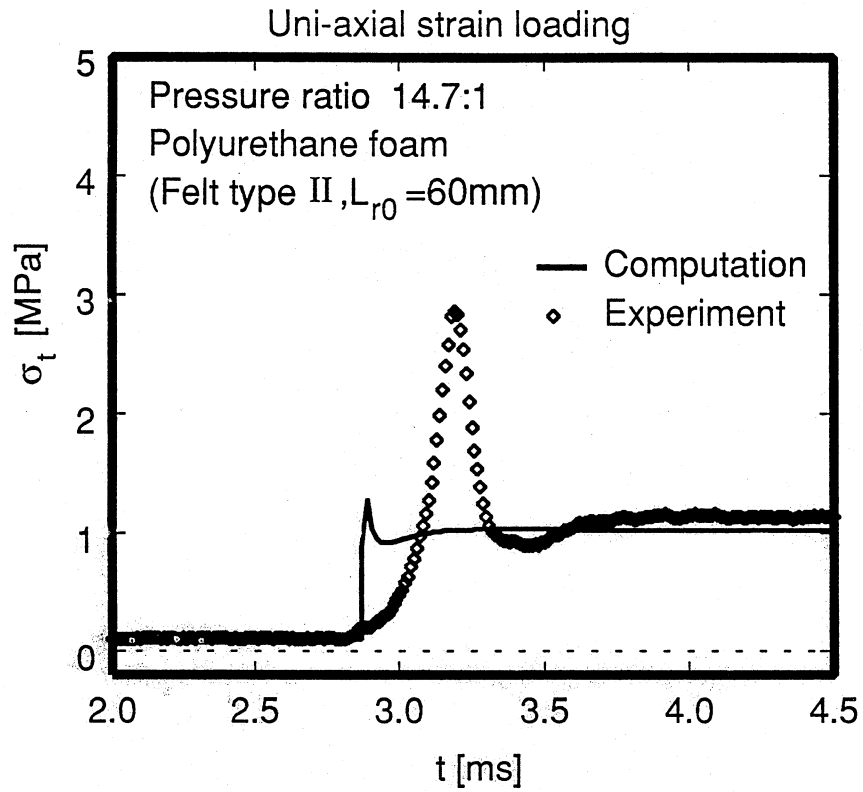


図 6.12 フォームの固定端における主応力の時間変化
 (衝撃波管問題, Felt type II, $P_4=1.47\text{MPa}$, $L_{r0}=60\text{mm}$)

Chapter 7

結論

本研究の目的は気体衝撃波の衝突による軟弾性体の非定常干渉問題や環境問題としての衝撃波の緩和，変動の特徴を実験及び数値計算により基礎的に調べることである．このために，特に空隙率0%のゴムから各種の空隙率のフォーム状弾性体に到る一連の軟弾性体を取り上げ，衝撃波との基礎的な干渉過程の違いを系統的に調べた．

本研究は軟弾性体の統計力学的性質及び特徴，材料試験(圧縮試験)による個々の供試材の静的材料特性を調べ，その上で空隙率0%のゴムから各種の空隙率のフォーム状弾性体に到る，軟弾性体と衝撃波との基礎的な干渉過程の特徴を実験ならびに数値計算により検討した．本研究で得られた主な結果を要約すると次のようになる．

(a) 応力-ひずみ特性

実験で使用した軟弾性供試材について，各種荷重条件の下で圧縮試験を行い，静的材料特性のみならず，ある程度の動的条件での特性を求めることにより，軟弾性体の応力とひずみ関係に及ぼす影響を調べた．

ゴムの特徴として，加圧によって縦に縮むと横に広がり，材料として非圧縮性物体に近い．また，生ゴム及びポリウレタンゴムの応力とひずみ関係は，ポリウレタンフォームで見られたヒステリシスサイクルがほとんど存在しないことを確認した．

オープンセル型の各種空隙率のフォームの特徴として，1~10mm/minのテストピースの圧縮変位進行速度の違いにも関わらず，応力とひずみの関係はほとんど差異はなく，また，ゴムには見られなかったヒステリシスサイクルが確認できる．また，フォームは加圧初期に速やかに縮み，その後急激に硬化し，その後は大きな圧力を加えてもひずみがあまり増えなくなることが確認できた．

オープンセル型の緻密なフォーム(Felt type I)の応力とひずみの関係は，ひずみが微小の時にバックリング現象を起こし，加圧の初期段階では曲線の勾配は極めて低く，僅かな応力でフォームが押しつぶされて初期段階から，ひずみのみが増大している．この領域を越えると応力が増大しても，ひずみが余り増加しない．特に荷重が大きい場合には応力とひずみの関係が，非線形的曲線で表されることを確認した．

オープンセル型で空隙率の高いフォーム状弾性体(Felt type II, Net type)は，緻密

なフォームよりも柔らかく、応力とひずみ関係は、加圧初期でかつひずみが小さい段階において線形の弾性領域が存在する。これは緻密なフォーム状弾性体 (Felt type I) には見られなかった特徴である。この線形の弾性領域を越えるとバックリングを起こし、ひずみがかなり増して後応力が急増し、応力とひずみの関係が非線形的曲線で表されることが解った。

(b) 気体衝撃波とポリウレタンフォームの干渉実験

空隙率 0% のゴムのような単体扱いの領域と、空隙率 (Porosity) が高く気体衝撃波がフォーム内に貫入する二相問題領域と、両者の中間領域など、軟弾性体の空隙率の違いによる干渉の基本的特性の違いを調べた。このため、各種空隙率の軟弾性体を衝撃波管の端末に設置し、一次元的取り扱いで問題を単純化することによって現象の分析、軟弾性体と気体衝撃波との動的干渉過程について実験的に調べた。

固定壁面に緻密なフォーム状弾性体 (Felt type I) を取り付けて、フォームの自由端に衝撃波が入射させると、固定壁面では減衰振動形の応力変動が生じフォーム内部では、ステップ状応力衝撃波は発生せず、緩やかな応力波が伝播する。ただし、弾性体なしの固体壁より過剰な動的応力が発生する。これは、空隙率の高いフォーム状弾性体 (Felt type II, Net type) には見られない特徴である。また、緻密なフォーム中を伝播する応力波の速度は気体中を伝播する衝撃波速度よりも 1 桁低い約 1/7 の値を示すことを確認した。緻密なフォームの後端の主応力の変化について、動的最大応力と一定値に収束した後の準静的応力との比を DLF (Dynamic load factor : 動荷重係数) と定義すると、DLF は気体の剛体面反射では 1、金属のような弾性体表面では 2 として一般的に近似されているが、緻密なフォームの DLF は入射衝撃波マッハ数 $M_0 = 1.7 \sim 1.9$ では約 3.3 を示すことがわかった。

空隙率の高いフェルト状のフォーム状弾性体 (Felt type II) 中を伝播する応力波は気体中を伝播する衝撃波よりも遅いことがわかった。DLF は入射衝撃波マッハ数の増加によってしだいに増加していく模様が確認できた。ポリウレタンフォームの空隙率が高く (密度が低く) なるにつれて、往復応力波の周期は短くなることを実験的に確認できた。

ネット状のフォームのような、セル構造が非常に粗いフォーム後端の主応力は、弾性体後端に膜を貼り付けた場合 (ガス圧+主応力) と膜を貼り付けない場合においても、応力変動の差異はほとんど見られなかった。このフォームの特徴として、フェルト状のフォームのような急激な応力の上昇は見られない。これは、ネット状のフォーム状弾性体がフェルト状のフォーム状弾性体に比べてセルの構造が粗く、気体衝撃波の透過性 (Permeability) が大きいために同じ空隙率でも二相流としての性質が強くなるためと考えられる。

(c) 衝撃荷重を受けるゴムの挙動解析

ゴム状弾性体に様々な大きさのステップ状衝撃圧縮荷重を加えた時の一次元変動の解析結果は以下の通りである。

柱状ゴムに衝撃的に圧縮力を加えると弾性体内部には自由端で発生した圧縮波が

固定端に向かって伝播してゴムは縦に縮み、これに伴って側方に膨らむ。圧縮波が固定端に到達すると反射波は、圧縮波として自由端に向かって伝播し、ゴムは更に縮む。圧縮波が自由端に到達すると反射波は、膨張波として固定端に向かって伝播し、ゴムは伸び始める。膨張波が固定端に到達すると反射波は、膨張波として自由端に向かって伝播し、ゴムは更に伸びる。膨張波が自由端に到達すると反射波は、圧縮波として固定端に向かって伝播し、ゴムは再び圧縮され始める。このような波の伝播挙動は、気体中の波の反射と基本的に同質のものであることが確認できた。また、ゴムの DLF は、印加圧力比が最も低い時点でわずかに 2 を越えている（応力とひずみが比例しているときには、DLF は理論的に 2 である）。そして、DLF は印加外力の上昇に伴い増加する模様が確認できた。本計算の条件下ではゴムの自由端および内部における応力波の速度はリーマン波速（弾性体の音速）を上回る事はなく亜音速であることがわかった。

(d) 気体衝撃波とゴムの干渉解析

衝撃波とゴム状弾性体との一次元非定常干渉について数値解析を行った。この解析は Mazor et.al.⁽⁹⁾のゴムに関する実験の条件に合わせて行ったもので、実験との比較を行った結果は以下の通りである。

本計算でのゴム後端の主応力の変動とゴムの自由端の移動の変動は、Mazor et.al.の実験での応力変動の大きさや周期とほぼ合致しており、使用した計算法は妥当であることを示している。また、ゴムの側面写真について実験と本計算を比較した場合でも長さや太さの分布もほぼ合致している。ゴムの静的な応力とひずみ関係が、速い現象において成立すると仮定して計算を行なっても実験とほぼ合致しており、ゴムの動的な変動特性は静的な応力とひずみ関係によりシミュレートする事ができた。従って、ゴム状弾性体の一次元計算において実験をほぼシミュレートする事が確認できた。

(e) 気体衝撃波と緻密なポリウレタンフォームの干渉解析

ゴムのような単体扱いの領域と、空隙率 (Porosity) が高く気体衝撃波が一部がフォーム内に貫入する二相問題領域との、中間領域にある緻密なフォームの干渉の特徴について数値解析により調べた結果は以下の通りである。

緻密なフォーム状弾性体を応力試験から求めた応力とひずみ曲線に従う単一弾性体であると仮定して、一次元計算を行った結果は実験とよく全体的に合致することが確かめられた。静的な応力とひずみ関係が、速い現象において成立すると仮定して計算を行なっても実験とほぼ合致しており、本計算の条件下でのフォームの動的な変動特性は、ゴムと同様に静的な加圧試験から得られた応力とひずみ関係をそのまま使用してもほぼシミュレートする事ができた。緻密なフォーム状弾性体の特徴として、ゴムと比べて、変形の初期に極めてやわらかく、圧力波の伝播速度も小さいが、一気に圧縮された後は急に硬化して、より速やかに小振幅の減衰振動に入る性質のあることが確かめられた。フォームのヒステリシスによる応力変動の影響は第一波での応力変動の時間範囲では、本質的に大きな影響は見られない。

今回の解析において対象とした緻密なフォームは比較的気泡の細かいものであ

たため、単一弾性体の仮定を用いたが、より気泡の粗い、空隙率の高いフォームに対してこの仮定を使用することはできず、固気二相流としての取り扱いが必要である。

(f) 各種軟弾性体の特徴

空隙率 0% のゴムから各種の空隙率のフォーム状弾性体に至る、軟弾性体と衝撃波との基礎的な干渉過程の特徴を実験ならびに数値計算により検討した。本研究で得られた主な結果を表にまとめると次のようになる。

表 7.1 各種軟弾性体の特徴

記号 \ 種類	ゴム	ポリウレタンフォーム			
		Felt type I	Felt type II	Net type	
密度 ρ_c [kg/m ³]	1219	290.0	26.3	27.5	
	高密度	中密度	低密度		
空隙率 ϕ_g [%]	0	76.0	97.8	97.7	
セル構造 (織り構造)	ゴム状	緻密なフェルト状	フェルト状	ネット状	
		オープンセル型			
応力-ひずみ関係の特徴	Treloar の応力の式で表示する事が可能	ひずみが微小の時にバックリング (ほとんど初期)	ひずみが小さい時、線形の弾性領域が存在、その後、バックリングを起す		
ヒステリシスの有無	無	有			
往復振動の第一周期 [ms] ($P_4/P_1=14.7$)	3.2	1.1	0.89	0.83	
	質量の慣性力大 弾性効果強	質量の慣性力が減少 弾性効果有	二相流的性質大		
DLF	$P_4/P_1=7.3$	2.5	2.8	1.7	1.1
	$P_4/P_1=14.7$	3.1	3.3	2.5	1.2
	$P_4/P_1=24.5$	3.6	3.3	—	—
	圧力比上昇の影響	DLF 増加傾向	DLF 増加傾向 (圧力比が高くなると、DLF の変化が少なくなる)		
軟弾性体内の解析	单相流	单相流に近い	固気二相流		

ただし、 $P_1=0.1\text{MPa}$ とする。

参考文献

- [1] 亀田正治, 松本洋一郎, 1994: 気泡を含む液体中における衝撃波の伝播, 衝撃波シンポジウム講演論文集, pp. 161-164.
- [2] 高山和喜, 小野寺収, 小原哲朗, 桑原正明, 北山修, 1991: 水中微小爆発による衝撃波フォーカシング医療応用への基礎研究, 日本機械学会論文集 B編, Vol.57, No.539, pp. 2285-2292.
- [3] Alpher, R.A and Rubin, R.J., 1954: Normal reflection of shock waves from moving boundaries, J. Appl. Phys., Vol.25, pp. 395-399.
- [4] Meyer, R.F., 1957: The impact of a shock wave on a movable wall, J. Fluid Mech., Vol.3, pp. 309-323.
- [5] Wlodarczvk, E., 1980: Shock-wave reflection from a plane partition moving in gas, J. Tech. Phys., Vol.21, pp. 505-515.
- [6] Wlodarczvk, E., 1981: Stationary-shock-wave reflection from a solid partition by deformable damping systems, J. Tech. Phys., Vol.22, pp. 201-215.
- [7] Nowinski, J.L., 1965: On the propagation of finite disturbances in bars of rubberlike materials, J. Eng. Industry, Vol.87, pp. 523-529.
- [8] Mazor, G., Ben-Dor, G., Mond, M. and Igra, O., 1988: Shock wave formation in a suddenly compressed rubber rod, AIAA. J., Vol.26-1, pp. 116-119.
- [9] Mazor, G., Igra, O., Ben-Dor, G., Mond, M. and Reichenbach, H., 1992: Head-on collision of normal shock waves with a rubber-supported wall, Phil. Trans. Royal Soc. London. A., 338, pp. 237-269.
- [10] Igra, O., Ben-Dor, G., Mazor, G. and Mond, M., 1992: Head-on collision between normal shock waves and a rubber-supported plate, a parametric study, Shock Waves., Springer International., Vol.2, pp. 189-200.
- [11] Treloar, L.R.G., 1975: The physics of rubber elasticity, Oxford Clarendon Press., pp. 59-67.

- [12] Treloar,L.R.G.,1974: The mechanics of rubber elasticity,in rubber and rubber elasticity,J.Polymer Sci.(ed.Dunn,A,S.),Wiley.,Polymer Symposium No.48, pp. 107-123..
- [13] 神原周,川崎京市,北島孫一,古谷正之編 : 合成ゴムハンドブック,朝倉書店,pp. 339-347.
- [14] 日本ゴム協会編 : ゴム工業便覧,日本ゴム協会,pp. 155-160.
- [15] 日本鉄道車輛工業会編,1975: 防振ゴム,現代工学社,pp. 52-54.
- [16] Gibson,L.J. and Ashby,M.F.,1988: Cellular solids:structure and properties,1st edn.,Pergamon Press.,pp. 120-211.
- [17] Warren,W.E. and Kraynik,A.M.,1988: The linear elastic properties of open-cell foams,ASME Journal of Applied Mechanics.,Vol.55,pp. 341-346.
- [18] Warren,W.E. and Kraynik,A.M.,1991: The nonlinear elastic behavior of open-cell foams,ASME Journal of Applied Mechanics.,Vol.58,pp. 376-381.
- [19] Benning,C.J.,1969: Plastic foams,John Wiley & Sons Inc.,New York.
- [20] 牧廣,小坂田篤編 : プラスチックフォームハンドブック,日刊工業新聞社,pp. 9-235.
- [21] 今井嘉夫著 : ポリウレタンフォーム,高分子刊行会,pp. 1-110.
- [22] Skews,B.W.,1991: The reflected pressure field in the interaction of weak shock waves with a compressible foam,Shock Waves.,Springer International.,Vol.1,pp. 205-211.
- [23] Skews,B.W.,Atkins,M.D. and Seitz,M.W.,1993: The impact of a shock wave on porous compressible foams,J.Fluid Mech.,Vol.253,pp. 245-265.
- [24] 中島俊,籾田元紀,東野文男,阿部康一,1994: 二相媒体中の衝撃波の伝播特性,衝撃波シンポジウム講演論文集,pp. 149-152.
- [25] Monti,R.,1970: Normal shock wave reflection on deformable solid walls,Meccanica J.Ital.Ass. Theo appl.Mech.,Vol.4,pp. 285-296.
- [26] Mazor,G.,Ben-Dor,G.,Igra,O. and Sorek,S.,1994: Shock wave interaction with cellular materials Part I:analytical investigation and governing equations, Shock Waves.,Springer International.,Vol.3,pp. 159-165.

- [27] Ben-Dor, G., Mazon, G., Igra, O., Sorek, S. and Onodera, H., 1994: Shock wave interaction with cellular materials Part II: open cell foams; experimental and numerical results, *Shock Waves*, Springer International, Vol.3, pp. 167-179.
- [28] Levy, A., Ben-Dor, G., Sorek, S. and Bear, J., 1993: Jump conditions across strong compaction waves in gas saturated rigid porous media, *Shock Waves*, Springer International, Vol.3, pp. 105-111.
- [29] Gelfand, B.E., Gubin, S.A., Kogarko, S.M. and Popov, O.E., 1975: Investigation of propagation and reflection of pressure waves in porous media, *Zh Prikl Mekh Tekh Fiz.*, 16(6), pp. 74-77.
- [30] Gelfand, B.E., Gubonov, A.V. and Timofeev, E.J., 1983: Interaction of shock waves in air with a porous screen, *Izvestiya Akademii Nauk SSSR Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 4, pp. 78-84.
- [31] Gvozdeva, L.G. and Faresov, Y.M., 1985: Calculating the parameters of steady shock waves in porous compressible media, *Zh Tekh Fiz.*, 55, pp. 773-775.
- [32] Gvozdeva, L.G., Faresov, Y.M., Brossard, J. and Charpentier, N., 1986: Normal shock wave reflection on porous compressible material, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 106, pp. 155-165.
- [33] Rayevsky, D.K., Gvozdeva, L.G. and Faresov, Y.M., 1989: Reflection of shock and explosion waves from surfaces covered with layers of polyurethane foam, 12th International Colloquium on Dynamics of Explosions and Reactive Systems., University of Michigan.
- [34] Beavers, G.S. and Matta, R.K., 1972: Reflection of weak shock waves from permeable materials, *AIAA.J.*, Vol.10-7, pp. 959-961.
- [35] Henderson, L.F., Virgona, R.J. Di.J. and Gvozdeva, L.G., 1990: Refraction of a normal shock wave from nitrogen into polyurethane foam, In: Kim YW Current topics in shock waves., American Institute of Physics., New York, pp. 814-818.
- [36] Baer, M.R., 1992: A numerical study of shock wave reflections on low density foam, *Shock Waves*, Springer International, Vol.2, pp. 121-124.
- [37] 神元五郎, 大島貴充, 水谷充, 1981: GDL用衝撃波管の性能実験, 日本機械学会東海支部第30期総会講演論文集, No.813-2, pp. 41-43.
- [38] 神元五郎, 1976: 高速流動 - 亜音速から極超音速 -, コロナ社, pp. 29-73.
- [39] 内田茂男, 1990: 流体力学序説, 森北出版株式会社, pp. 145-183.

- [40] 生井武文, 松尾一泰,1977: 圧縮性流体の力学, 理工学社,pp. 1-69.
- [41] Hirisch,C.,1988: Numerical computation of internal and external flows Vol.I,II,Wiley.
- [42] 保原充, 大宮司久明編,1992: 数値流体力学 基礎と応用, 東京大学出版会.
- [43] 登坂宣好, 大西和榮,1991: 偏微分方程式の数値シミュレーション, 東京大学出版会,pp. 153-182.
- [44] 日本機械学会編,1988: 流れの数値シミュレーション, コロナ社,pp. 1-163.
- [45] 藤井孝蔵,1994: 流体力学の数値計算法, 東京大学出版会,pp. 11-50.
- [46] 三井田惇郎, 荒井秀一,1991: 数値計算法, 森北出版株式会社.
- [47] 杉江日出澄 他,1986: Fortran 77 による数値計算法, 培風館.

主な研究成果

I. 学会誌

1. 北川一敬, 坂下俊, 津崎雄二, 城之内忠正, 保原充: 衝撃波と緻密なフォーム状弾性体との一次元干渉 (第二報, 解析及び実験との比較), 日本機械学会論文集 B 編, 1994.7, Vol.60, No.575, pp. 2340-2347.
2. 津崎雄二, 渡辺省二, 北川一敬, 坂下俊, 水谷充, 保原充: 衝撃波と緻密なフォーム状弾性体との一次元干渉 (第一報, 実験), 日本機械学会論文集 B 編, 1994.7, Vol.60, No.575, pp. 2334-2339.
3. Yasuhara, M., Kitagawa, K., Sakashita, S., Tsuzaki, Y. and Watanabe, S.: One-dimensional shock wave interaction with rubber and low-porosity foam, Shock Waves., Springer International., (掲載予定).
4. Jyounouchi, T., Kitagawa, K., Sakashita, S. and Yasuhara, M.: Extended geometric conservation law and flow computations on moving grids in finite volume formulation, Proc.5th International Sympo.on Computational Fluid Dynamics., Sendai, ed.by H.Daiguji, Japan, Soc. of CFD, 1993.8, Vol.I, pp. 403-407.
5. Kitagawa, K., Sakashita, S., Tsuzaki, Y., Jyounouchi, T. and Yasuhara, M.: One-dimensional interaction between shock wave and low-porosity foam (2nd report, Analysis and comparison with experiments), JSME International Journal., (提出予定).
6. Tsuzaki, Y., Watanabe, S., Kitagawa, K., Sakashita, S., Mizutani, M. and Yasuhara, M.: One-dimensional interaction between shock wave and low-porosity foam (1st report, Experiments), JSME International Journal., (提出予定).

II. 国内講演会

1. 北川一敬, 坂下俊, 城之内忠正, 保原充: 衝撃波と移動境界の干渉, 平成4年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 1993.1, pp. 14-16.
2. 保原充, 水谷充, 中村佳朗, 坂下俊, 津崎雄二, 北川一敬: 衝撃波と単純柔軟物体との干渉, 平成4年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 1993.1, pp. 393-396.
3. 保原充, 津崎雄二, 坂下俊, 北川一敬, 水谷充: 衝撃波と柔軟物体との一次元干渉, 日本機械学会東海支部第41期総会講演論文集, 1993.3, No.933-1, pp. 149-151.
4. 坂下俊, 北川一敬, 保原充: 衝撃波荷重による弾性体の一次元変動解析, 日本機械学会第71期全国大会講演論文集, 1993.10, Vol.C, pp. 292-294.

5. 北川一敬, 坂下俊, 津崎雄二, 渡辺省二, 城之内忠正, 保原充: 衝撃波とゴム及びフォーム状弾性体との一次元干渉解析・実験との比較, 平成5年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 1994.1, pp. 133-136.
6. 坂下俊, 北川一敬, 城之内忠正, 保原充: ステップ状外圧印可によるゴム類の変動の特徴, 平成5年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 1994.1, pp. 511-514.
7. 津崎雄二, 渡辺省二, 北川一敬, 坂下俊, 水谷充, 保原充: 衝撃波とポリウレタンフォーム及びゴム類との一次元干渉, 平成5年度衝撃波シンポジウム講演論文集, 1994.1, pp. 563-566.
8. 北川一敬, 渡辺省二, 安江哲也, 山田真, 水谷充, 保原充: 衝撃波とフォーム状弾性体との干渉における空隙率の影響, 日本機械学会第72期全国大会講演論文集, 1994.8, Vol.II, pp. 292-294.

解析手法

9. 城之内忠正, 北川一敬, 坂下俊, 中村佳朗, 保原充: 有限体積法による移動格子変形の取り扱いについて, 数値流体力学シンポジウム講演論文集, 1992.12, pp. 515-518.
10. 城之内忠正, 北川一敬, 坂下俊, 保原充: 有限体積法による移動変形格子の取り扱いについて, 数値流体力学シンポジウム講演論文集, 1993.12, pp. 459-462.
11. 城之内忠正, 北川一敬, 坂下俊, 保原充: 簡略化流速分離法・一粒子的アプローチ, 数値流体力学シンポジウム講演論文集, 1993.12, pp. 503-506.

謝辞

本論文を閉じるにあたり，未熟な著者を終始励まし，高い視点から洞察力鋭いご指導をいただいた愛知工業大学工学部機械工学科保原充教授に深く感謝致します。

また，本論文をまとめるに当たり，貴重な時間を割いて，審査して下さった愛知工業大学工学部機械工学科の山田豊教授，寺田耕教授に心から感謝の意を表します。愛知工業大学工学部機械工学科の諸先生方にも心より感謝します。

数値計算及び研究に関して有益な御教示，適切な助言をいただいただけでなく，常に心暖かく励ましていただいた，文部省核融合科学研究所計算機センターの城之内忠正助手に心より感謝の意を表します。

大学院生という立場で共に議論し研究を行ってきた愛知工業大学大学院高速流体工学研究室の坂下俊，津崎雄二，渡辺省二，安江哲也，山田真院生，研究の遂行に様々な形で協力してくれた高速流体工学研究室の皆様心から御礼を申し上げます。

○ 報告番号	○ 博士の専攻分野の名称	○ 博士の学位を授与された者				○ 博士課程の修了等の状況			○ 博士論文名	○ 授与年月日	博士論文受理日	論文審査了日
		氏名 (ふりがな) (よみかた) 北川 一敬	性別	生年月日	本籍	大学院名	研究科名 (専攻)	修了年月日				
① 第1号	博士(工学)	男	昭和42年 12月25日	都道府県 滋賀県	愛知工業 大学大学院	工学研究科 生産・建設 工学専攻	平成7年 3月18日					