

# ダム基礎の浸透流量

木村 勝行 大根 義男

## Finite Element Analysis and Experimental Studies on Seepage Discharge through Dam Foundation

Katuyuki KIMURA, Yoshio OHNE

透水性地盤上のダムでは、その透水性基礎による浸透流量が問題である。本報文では浸透水の流入面長と流出面長とか異なる場合についての浸透流量を砂模型実験および有限要素法により求め、これらの浸透流量から従来の理論解を実際問題に適用する方法を検討した。

浸透問題は準調和方程式を支配方程式とする物理問題である。しかし、この微分方程式が厳密な解答を与えてるのは、解析領域が複雑な形状でない場合であり、かつまた等質等方の場合である。実際のダム基礎は複雑な形状と境界条件を有し、透水性に対しても不等質かつ不等方のものがほとんどであるので、多くの場合数学的厳密解を得るのは困難である。このような場合に、従来は差分法による近似解法、すなわち緩和法によって近似解を得ていたが、近年は変分原理に基づき有限要素法が用いられるようになった。有限要素法の利点は複雑な形状の境界に対しても、あるいは不等質または不等方材料に対しても、等質等方の場合と同様に解析が行なわれること、また精度を高めるためには要素を細分すればよいこと等である。ところで緩和法も有限要素法も電子計算機の利用なくしてその威力は発揮され得ない。したがって電子計算機の利用のできない場合は主として実験的方法や図式解法に依存しなければならない。というのは理論解は解析領域がダム軸を中心として対称であり、かつまた透水性が等質等方の場合を対象としているが、実際問題ではダム軸を中心として対称として扱いかねる場合は極めて稀であって、多くの場合透水域はダム軸の上流側と下流側で非対称である。したがって理論解を直接適用できるということがほとんどないからである。そこで著者らはこのような非対称の解析領域を有するダム基礎(図-1)において $l_u \neq l_d$ への理論解の応用について、砂模

型による実験および有限要素法による解析により検討を加えた。なお解析にあたっては、領域はDarcyの法則を満足する等質等方性地盤であるものとした。

### 1. 理論解法

a. 水平および垂直方向に不透水層を有するときの理

図-1 非対称境界条件の解析領域

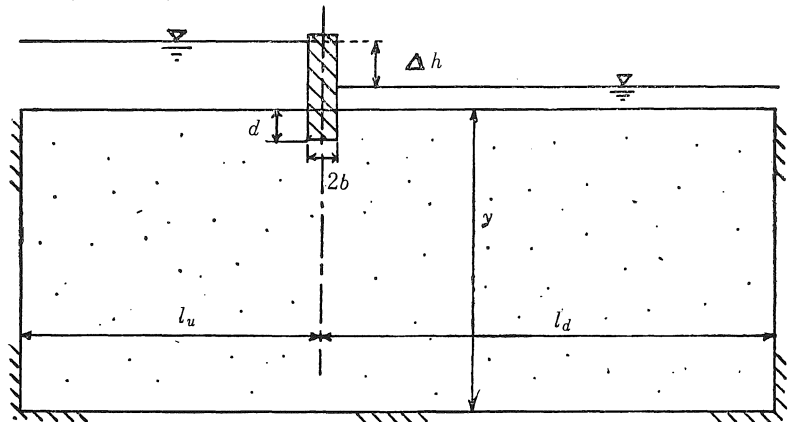
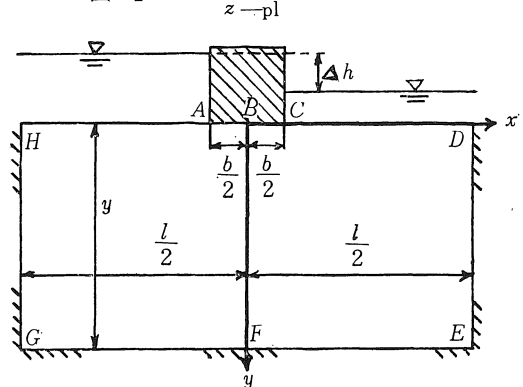


図-2



型による実験および有限要素法による解析により検討を加えた。なお解析にあたっては、領域はDarcyの法則を満足する等質等方性地盤であるものとした。

図-3

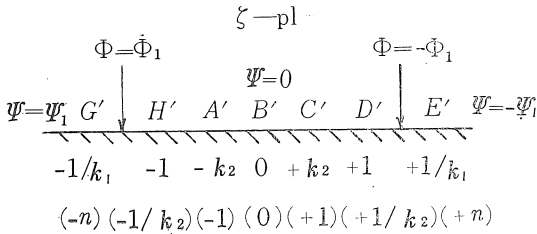
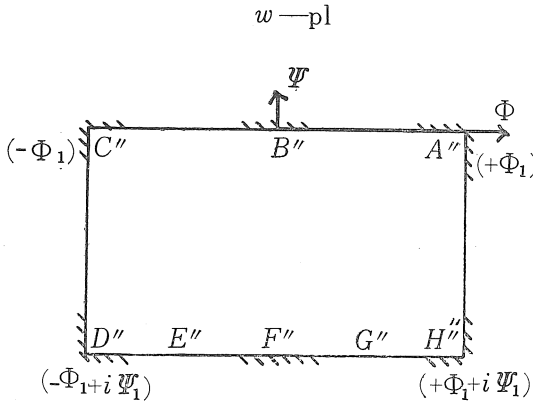


図-4



論解 (楕円関数による解)

対象領域は図-2の Z-plに示されている。Schwarz-Christoffelの定理によって、この流れの系を図-3のζ-plの上平面に写像することを考える。Z-plの点G, H, A, B, C, DおよびEがζ-plの点 $-1/k_1, -1, -k_2, 0, +k_2, +1$  および $+1/k_1$  ( $0 < k_1 < 1, 0 < k_2 < 1$ ) に写像されたとする

$$z(\zeta) = C_1 \int_0^\zeta \frac{d\zeta}{(\zeta+1/\zeta)^{\frac{1}{2}}(\zeta+1)^{\frac{1}{2}}(\zeta-1)^{\frac{1}{2}}(\zeta-1/k_1)^{\frac{1}{2}}} + C_2 \quad (1)$$

この式から直ちに $Z=\zeta=0$ で $C_2=0$ なることがわかるから(1)式は

$$z(\zeta) = C_1 \int_0^\zeta \frac{d\zeta}{\sqrt{(\zeta^2-1)(\zeta^2-1/k_1^2)}} = C_1 \int_0^\zeta \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_1^2\zeta^2)}} \quad (2)$$

となる。(2)式およびZ-plとζ-plの対応関係から

$$y = |z(1/k_1) - z(1)| = |C_1| \left| \int_1^{1/k_1} \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_1^2\zeta^2)}} \right| = |C_1| \cdot K_1'(k_1) \quad (3)$$

$$\frac{b}{2} = |z(1) - z(0)| = |C_1| \left| \int_0^1 \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_1^2\zeta^2)}} \right| = |C_1| \cdot K_1(k_1) \quad (4)$$

したがって(3)式および(4)式から

$$\frac{2y}{b} = \frac{K_1'(k_1)}{K_1(k_1)} \quad (5)$$

また(2)式および(3)式から

$$z(\zeta) = \frac{b}{2K_1} \int_0^\zeta \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_1^2\zeta^2)}} \quad (6)$$

すなわち

$$\zeta = sn \left( \frac{2K_1}{b} \cdot z \right) \quad (7)$$

C点の対応から

$$k_2 = sn \left( \frac{b}{\ell} \cdot K_1 \right) \quad (8)$$

図-3には速度ポテンシャルと流れ関数の境界値も記入してある。次に図-2に相当する $W = \Phi + i\Psi$  plを図-4に示す。前と同様に Schwarz-Christoffelの定理によって $W-pl$ を $\zeta-pl$ に写像(下方の( )内の値)すると

$$w = \Phi + i\Psi = -\frac{\Delta\Phi}{2K_2} \int_0^\zeta \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_2^2\zeta^2)}} \quad (9)$$

となる。ここで $C''$ 点では $\Phi = -\Phi_1, \Psi = 0$ であり、これは $\zeta = +1$ に相当するから

$$-\Phi_1 = C_1 \int_0^1 \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_2^2\zeta^2)}} = C_1 K_2(k_2) \quad (10)$$

この系の全ポテンシャル損失 $\Delta\Phi$ は $2\Phi_1$ であるから、(9)式は次のようになる。

$$w = \Phi + i\Psi = C_1 \int_0^\zeta \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_2^2\zeta^2)}} \quad (11)$$

ダムの下を通る流速は $\Psi_1$ で与えられる。 $\Psi_1$ を見いだすため $D''$ 点の $W$ の値を考えると

$$w = -\Phi_1 + i\Psi_1 = -\frac{\Delta\Phi}{2K_2} \int_0^{1/k_2} \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_2^2\zeta^2)}} = -\frac{\Delta\Phi}{2K_2} \left[ \int_0^1 \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_2^2\zeta^2)}} + \int_1^{1/k_2} \frac{d\zeta}{\sqrt{(1-\zeta^2)(1-k_2^2\zeta^2)}} \right] \quad (12)$$

$$= -\frac{\Delta\Phi}{2K_2} [K_2(k_2) + iK_2'(k_2)]$$

したがって

$$\Psi_1 = -\frac{\Delta\Phi K_2'}{2K_2} \quad (13)$$

ところで $\Psi_1$ はダムの下を通る単位奥行当りの全流量 $Q$ に等しく、また $\Delta\Phi$ は上、下流面の水位差 $\Delta h$ に相当する全ポテンシャル損失であるから(13)式から

$$Q = \frac{k \cdot \Delta h K_2'}{2K_2} \quad (14)$$

このようにして $b, l, y$ およびポテンシャル損失 $\Delta\Phi = 2\Phi_1$ の値が定まれば(5)式、(8)式、(14)式によって浸透流量が求まる。

表-1

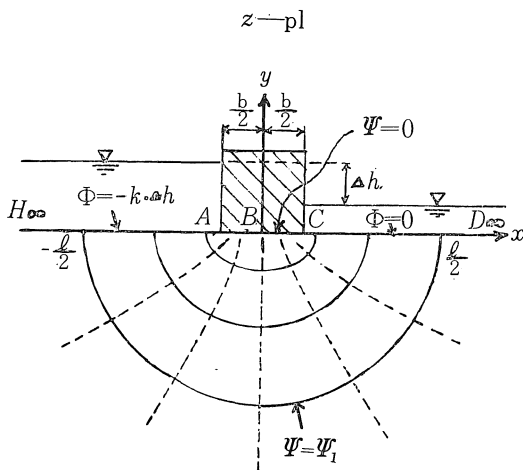
( $b=6.0, y=60.0$ としている)

$l/2$	$\frac{2y}{l} = \frac{K_1'}{K_1}$	$K_1$	$k_1^2$	$b/l$	$K_1 \times \frac{b}{l}$	$k_2 = \sin(K_1 \frac{b}{l})$	$k_2^2$	$\frac{K_2'}{k \cdot \Delta h} = \frac{K_2'}{2K_2}$
30.0	2.000	1.5828	0.029	0.1000	0.15828	0.1576	0.02484	1.028
37.5	1.600	1.6123	0.100	0.0800	0.12898	0.1287	0.01656	1.093
50.0	1.200	1.7190	0.309	0.0600	0.10314	0.1029	0.01059	1.164
75.0	0.800	2.1213	0.729	0.0400	0.08485	0.0847	0.00717	1.227
100.0	0.600	2.6738	0.918	0.0300	0.08021	0.0800	0.00640	1.245
112.5	0.533	2.9765	0.957	0.0267	0.07937	0.0792	0.00627	1.248
120.0	0.500	3.1651	0.971	0.0250	0.07913	0.0790	0.00624	1.250

但し、 $K_1 (k_1), K_2 (k_2)$  は各々  $k_1, k_2$  を母数とした第1種の完全楕円積分の値であり、 $K_1' (k_1'), K_2' (k_2')$  は各々  $k_1' = \sqrt{1 - k_1^2}, k_2' = \sqrt{1 - k_2^2}$  を母数とした第1種の完全楕円積分の値である。表-1に計算の例を示す。

b. 透水性領域が半無限であるときの理論解（複素速度による解）

図-5



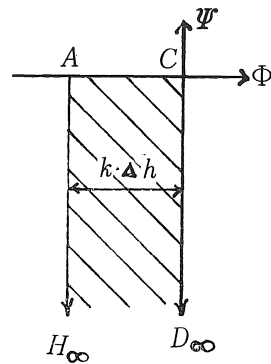
複素速度

$$W = \frac{dw}{dz} = u - iv \quad (15)$$

を用いて、図-5の流れ域における速度成分の境界条件を調べてみると、AHとCDに沿って流速の水平成分が0であり ( $u=0$ )、ダム底面ACに沿って鉛直成分がない ( $v=0$ )。したがって  $W$  は  $-b/2 < x < b/2$  で実値であり、 $|x| > b/2$  で虚値となる、速度が無遠慮で0に近づく

図-6

$w - pl$



と仮定すると次の関数関係が、今まであげた必要条件を満足する。

$$W = \frac{dw}{dz} = \frac{C_1}{\sqrt{(\frac{b}{2})^2 - z^2}} \quad (16)$$

$C_1$ は実定数である。(16)式を積分すると

$$w = \Phi + i \Psi = C_1 \sin^{-1} \frac{2z}{b} + C_2 \quad (17)$$

点CとAにおける図-5のZ-plと図-6のW-plの対応関係から

$$C \text{点では } W=0 \text{ のとき } Z = \frac{b}{2}$$

$$A \text{点では } W = -k \cdot \Delta h \text{ のとき } Z = -\frac{b}{2}$$

これを(17)式に代入して次の変換が求められる。

$$w = -\frac{k \cdot \Delta h}{\pi} \cos^{-1} \frac{2z}{b} \quad (18)$$

$$z = \frac{b}{2} \cos \frac{\pi w}{k \cdot \Delta h} \quad (19)$$

流線と等ポテンシャル線は $x = \pm b/2$ を焦点とする楕円と双曲線となる。流入面 (AH) と流出面 (CD) の流速分布は(16)式から

$$v = \mp \frac{k \cdot \Delta h}{\pi \sqrt{x^2 - (\frac{b}{2})^2}} \quad (20)$$

基礎地盤が無限深さではなくて、ある一つの流線(例えば 図-5の $\psi_1$ )と一致するような不透水面である場合を考え、 $\psi_1$ が下流面 (CD) と $x = \frac{\ell}{2}$ で終束しているとする、任意の二流線間の流れ関数の差が流量であることと、ダム底面 (AC)に沿って $\psi = 0$ であることから、単位奥行当りの流量 Qは

$$Q = \psi_2 - 0 = \int_{\frac{\ell}{2}}^{\frac{\ell}{2}} v dx = \int_{\frac{\ell}{2}}^{\frac{\ell}{2}} \frac{k \cdot \Delta h}{\pi \sqrt{x^2 - (\frac{b}{2})^2}} dx$$

$$= \frac{k \cdot \Delta h}{\pi} \cosh^{-1} \frac{\ell}{b} = \frac{k \cdot \Delta h}{\pi} \log_e \left\{ \frac{\ell}{b} + \sqrt{\left(\frac{\ell}{b}\right)^2 - 1} \right\} \quad (21)$$

表-2 に計算の例を示す。

表-2

$x = \frac{\ell}{2}$	$\frac{\ell}{b}$	$\cosh^{-1} \frac{\ell}{b}$	$\frac{Q}{k \cdot \Delta h} = \frac{1}{\pi} \cosh^{-1} \frac{\ell}{b}$
30.00	10.00	2.993	0.953
37.50	12.50	3.217	1.024
50.00	16.67	3.505	1.116
75.00	25.00	3.912	1.245
100.00	33.33	4.199	1.337
112.50	37.50	4.317	1.374
120.00	40.00	4.382	1.395

3. 有限要素法による解

図-1 の浸透領域を通過する水の流れの現象を表わす基礎方程式は

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial H}{\partial y} \right) = 0 \quad (22)$$

ここには透水係数, Hは水頭値の分布である。また Darcy の法即は

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

これを簡単に表わすと

$$\{v\} = [K] \{grad H\} \quad (24)$$

有限要素法を適用するにあたって解析領域を 図-7に示すように三角形要素群に分割し、三角形要素内での水頭Hの分布が

$$H = a_1 + a_2 x + a_3 y \quad (25)$$

のように x と y に関する一次式で表わされるものと仮定すると、 $a_1, a_2, a_3$  は三角形の頂点の水頭Hが $H_a, H_b, H_c$ であるという条件から

$$\begin{Bmatrix} H_a \\ H_b \\ H_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_a & y_a \\ 1 & x_b & y_b \\ 1 & x_c & y_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} \quad (26)$$

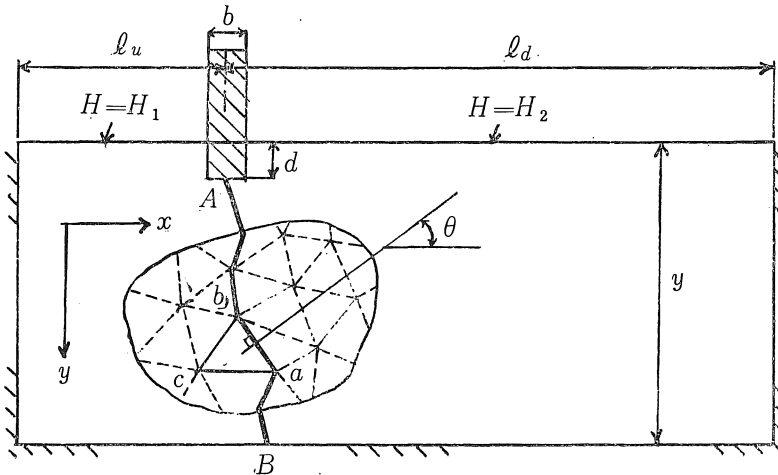
$$\therefore \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} x_b y_c - y_b x_c & x_c y_a - y_c x_a & x_a y_b - y_a x_b \\ y_b - y_c & y_c - y_a & y_a - y_b \\ x_c - x_b & x_a - x_c & x_b - x_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_a \\ H_b \\ H_c \end{Bmatrix} \quad (27)$$

ここに

$$A = (x_a y_b + x_b y_c + x_c y_a) - (y_a x_b + y_b x_c + y_c x_a)$$

で三角形の面積である。(25)式と(27)式を用いることによって、三角形要素内の水頭こう配は次のようになる。

図-7



$$\{grad H\} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_b - y_c & y_c - y_a & y_a - y_b \\ x_c - x_b & x_a - x_c & x_b - x_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_a \\ H_b \\ H_c \end{Bmatrix} = [B] \{H\}^e \quad (28)$$

24式と28式から

$$\{v\} = [K] [B] \{H\}^e \quad (29)$$

変分原理によれば22式の解は次のような汎関数Eの値を最小にするようなHの分布を求める問題と等価である。

$$E = \iint \left[ \frac{1}{2} \left\{ k \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + k \left( \frac{\partial H}{\partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy \quad (30)$$

Eの最小の条件を求めるために、各要素で  $\partial E^e / \partial H_a$ ,  $\partial E^e / \partial H_b$ ,  $\partial E^e / \partial H_c$  を求め、全要素について、これらの微係数の値の和が各節点でそれぞれ0になる条件を作成する。まず、ある要素における  $E^e$  は30式から

$$\begin{aligned} E^e &= \frac{1}{2} \{grad H\}^T [K] \{grad H\} \cdot A \\ &= \frac{1}{2} \{H\}^e{}^T [B]^T [K] [B] \{H\}^e A \end{aligned} \quad (31)$$

したがって  $E^e$  の節点における水頭に関する微係数は

$$\left\{ \frac{\partial E^e}{\partial H} \right\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial E^e}{\partial H_a} \\ \frac{\partial E^e}{\partial H_b} \\ \frac{\partial E^e}{\partial H_c} \end{Bmatrix} = [B]^T [K] [B] \{H\}^e A = [P]^e \{H\}^e \quad (32)$$

ここに

$$[P]^e = \frac{k}{4A} \begin{bmatrix} (y_b - y_c)(y_c - y_a) & (y_b - y_c)(y_c - y_a) & (y_b - y_c)(y_c - y_a) \\ (x_c - x_b)(x_a - x_c) & (x_c - x_b)(x_a - x_c) & (x_c - x_b)(x_a - x_c) \\ \text{対称} & (y_c - y_a)(y_c - y_a) & (y_c - y_a)(y_c - y_a) \\ & (x_a - x_c)(x_a - x_c) & (x_a - x_c)(x_a - x_c) \\ & & (y_a - y_b)(y_a - y_b) \\ & & (x_b - x_a)(x_b - x_a) \end{bmatrix} \quad (33)$$

全領域に対するEを最小にするように各節点における水頭を求めるための条件式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial H_1} &= \frac{\partial E^{e_1}}{\partial H_1} + \frac{\partial E^{e_2}}{\partial H_1} + \dots + \frac{\partial E^{e_n}}{\partial H_1} = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial H_2} &= \frac{\partial E^{e_1}}{\partial H_2} + \frac{\partial E^{e_2}}{\partial H_2} + \dots + \frac{\partial E^{e_n}}{\partial H_2} = 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial E}{\partial H_n} &= \frac{\partial E^{e_1}}{\partial H_n} + \frac{\partial E^{e_2}}{\partial H_n} + \dots + \frac{\partial E^{e_n}}{\partial H_n} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

ここに、nは節点数、Nは要素数である。

したがって解析領域全体に対する各節点の水頭値は、32式を34式に代入して得られる連立方程式を解けば得られる。その式は行列表示で次のように表わされる。

$$[P] [H] = 0 \quad (35)$$

次に浸透流量を求める、図-7の三角形abcのab = lなる断面を通過する単位奥行当りの流量は

$$Q = -\ell k \left( \frac{\partial H}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial H}{\partial y} \sin \theta \right) \quad (36)$$

ここに  $\theta$  は ab 断面の法線がx軸方向となす角度であるから

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \frac{y_a - y_b}{l} \\ \sin \theta &= \frac{x_b - x_a}{l} \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

したがって、28式、36式および37式からQは求まる。全浸透流量は両端が不透水層になっている断面、例えば図-7のAB断面を考え、AB断面の上流側要素を使って求めた流量と下流側要素を使って求めた流量との平均値を近似解とすればよい。表-3は、図-7において、 $(l_a + l_d) = 150.0$ ,  $y = 60.0$ ,  $b = 6.0$ ,  $d = 5.0$ ,  $H_1 - H_2 = \Delta h$  として計算した値である。

表 - 3

$l_a : l_d$	$\frac{Q}{k \cdot \Delta h}$
30 : 120	0.998
37.5 : 112.5	1.057
50 : 100	1.123
75 : 75	1.177
100 : 50	1.123
112.5 : 37.5	1.057
120 : 30	0.998

#### 4. 実験的方法

実験装置概略を図-8に示す。透水層には豊浦標準砂を用いた。表-4は粒径分布である。領域内の透水係数は  $k = 3.5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$  とした。

表 - 4

フ イ ル (mm)	0.074	0.105	0.25	0.42
加積通過率(%)	0.5	0.9	89.8	100

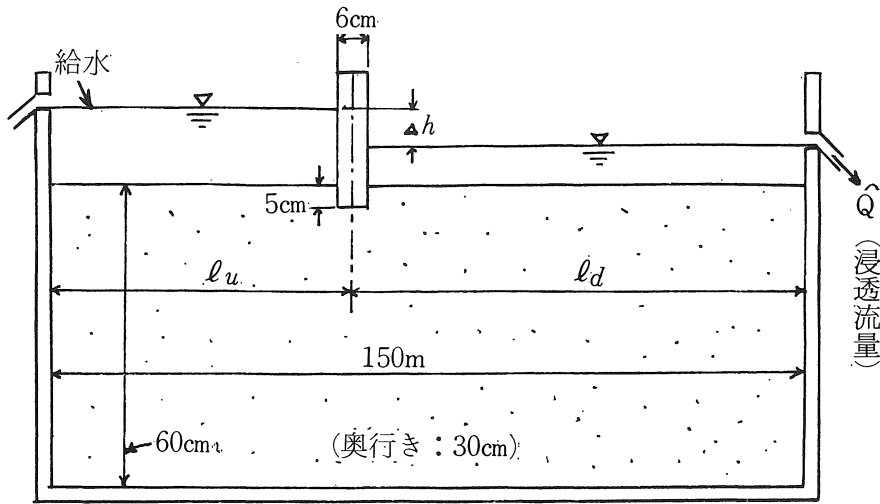
次に相似律について述べてみよう。2次元飽和浸透流の連続式および運動方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (38)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{n} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{1}{P} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{g}{k} u \\ \frac{1}{n} \frac{\partial v}{\partial t} &= -g + \frac{1}{P} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{g}{k} v \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

ただし、u : 流速のx方向の成分、v : 流速のy方向の

図-8 砂模型実験装置



- 前面はガラス板とアクリル板使用
- 背面および両側面は木板使用
- 給水には水道水使用

成分,  $n$ : 間ゲキ率,  $\rho$ : 水の密度,  $p$ : 間ゲキ水圧,  $g$ : 重力の加速度である。

ここで模型と実物の長さを  $l_m$  と  $l_p$  で表わし, 時間に対しては  $t_m$  と  $t_p$  で表わすと縮尺は

$$\text{長さに対して} \quad \frac{h_m}{h_p} = \alpha \quad (40)$$

$$\text{時間に対して} \quad \frac{t_m}{t_p} = \beta \quad (41)$$

となる。したがって模型の浸透流における運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{n_m} \cdot \frac{\partial u_m}{\partial t_m} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_m}{\partial x_m} - \frac{g}{k_m} u_m \\ \frac{1}{n_m} \cdot \frac{\partial v_m}{\partial t_m} &= -g + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_m}{\partial y_m} - \frac{g}{k_m} v_m \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

すなわち

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{n_p}{n_m} \cdot \frac{1}{n_p} \frac{\partial u_p}{\partial t_p} &= -g \frac{\partial h_p}{\partial x_p} \frac{\alpha}{\beta} \cdot g \frac{k_p}{k_m} \cdot \frac{u_p}{k_p} \\ \frac{\alpha}{\beta^2} \cdot \frac{n_p}{n_m} \cdot \frac{1}{n_p} \frac{\partial v_p}{\partial t_p} &= -g + g \frac{\partial h_p}{\partial y_p} \frac{\alpha}{\beta} \cdot g \frac{k_p}{k_m} \cdot \frac{v_p}{k_p} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

(43)式が実物の地下水流の運動方程式(39)式に等しいためには

$$\frac{\alpha}{\beta^2} \cdot \frac{n_p}{n_m} = 1 = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{k_p}{k_m} \quad (44)$$

ゆえに

$$\frac{\alpha}{\beta^2} \frac{n_m}{n_p} \quad (45)$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{k_m}{k_p} \quad (46)$$

いま模型と実物の間ゲキ率を等しくする ( $n_m/n_p=1$ ) と(45)式から

$$\frac{\alpha}{\beta^2} = 1 \quad (47)$$

すなわち

$$\frac{u_m^2}{h_m g} = \frac{u_p^2}{h_p g} (= F_r^2), \quad \frac{v_m^2}{h_m g} = \frac{v_p^2}{h_p g} (= F_r^2) \quad (48)$$

つまり, 模型と実物の Froude 数を一致させることである。また(46)式から

$$\frac{k_m}{k_p} = \frac{u_m}{u_p} = \frac{v_m}{v_p} (= D_a) \quad (49)$$

つまり, 模型の実物の Darcy 数を一致させることである。

以上のことから相似律として模型と実物とで Froude 数と Darcy 数とを同時に一致させることが必要である。しかし, 流速は独立変量ではなく, したがって流速と透水係数や長さとの間で一定関係が保てないので Froude 数と Darcy 数とを同時に一致させることはできない。そこで Froude 数と Darcy 数とを比較してみると, Froude 数は慣性力と重力との比を意味し, Darcy 数は流動抗力と重力の比を意味している。ところで浸透流においては慣性項が一般に無視できるほど小さいので Darcy 数の方が主要なパラメーターであると考えられることができる。さすれば境界条件が幾何学的に相似であれ

ば、系の大きさや透水係数に無関係に Darcy 数は一致し、自動的に相似が成り立つことがいえる。仮りに Froud 数の一致 ( $\frac{l_u}{l_d} \approx \sqrt{\frac{k}{\gamma h}}$ ) をも採用しても、相似性が増すことはほとんど期待できない。そのようなわけで本実験は模型と実物の境界条件の幾可学的相似を満足させているが、Froud数の一致 ( $\frac{l_u}{l_d} \approx \sqrt{\frac{k}{\gamma h}}$ ) は採用しないで行ったものである。

表-5に実験結果を示す。Q は単位奥行当りの流量である。

表 - 5

$l_n : l_d$	$\frac{Q}{k \cdot \Delta h}$
30 : 120	0.918
37.5 : 112.5	1.010
50 : 100	1.154
75 : 75	1.274
100 : 50	1.347
112.5 : 37.5	1.325
120 : 30	1.271

5. 検討

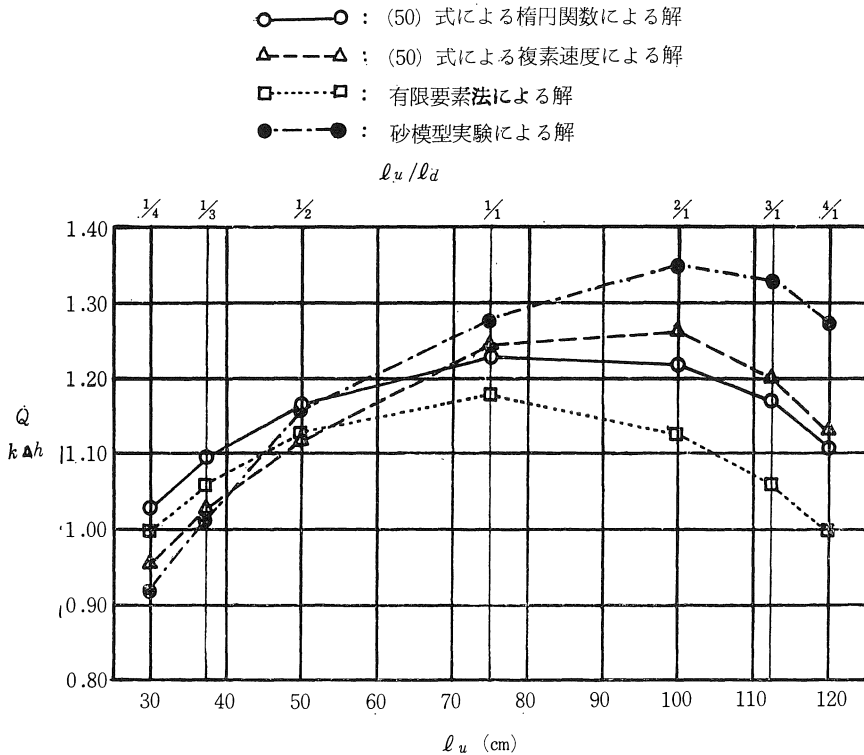
図-1のような、Darcy の法則を満足する等質等方性地盤の浸透流量は有限要素法による解法で近似値が求まる。さらにダム止水部の根入れ深さ d がわずかで、かつまた  $l_u = l_d$  の場合には楕円関数による解あるいは複素速度による解によっても近似値を得ることができよう。

砂模型実験における浸透領域内は等質等方ではなく、有効応力や浸透圧等の影響に応じた透水係数の分布が考えられる。流入面側では浸透圧の下向きの成分による砂の圧縮ということは無視できるが、流出面側では浸透圧の上向きの成分による砂のゆるみが無視できず、透水性が少なからず増大するであろう。図-9 によって、砂模型実験による値を有限要素法による解の値と比較してみると、 $\frac{l_u}{l_d} \geq 1$  では明らかに流出面側の透水性増大による浸透流量の増加が考えられる。

実際のダム基礎においても以上のような状態になるであろうが、ダム基礎のゆるみが考えられる場合には、押さえ盛土などの処置によって基礎のゆるみのある程度おさえる。したがって、その浸透流量は砂模型実験による値よりは小さいが、透水性は一定とした有限要素解よりは大きめの値になることが推察される。

以上のことから、実際のダム基礎の浸透流量は  $\frac{l_u}{l_d} < 1$  においては有限要素解あるいは砂模型実験による値の近傍であり、 $\frac{l_u}{l_d} \geq 1$  では有限要素解と砂模型実験との

図-9



間の値となることが考えられる。そこで、対称領域についての解法である楕円関数および複素速度によって求めた浸透流量を次のような形で用いると、上述の実際のダム基礎の浸透流量の算出式として十分有用であることが図—9から知れる。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l_u}{l_d} \leq 1 \text{ の場合 } \quad Q = Q(l_u) \\ \frac{l_u}{l_d} > 1 \text{ の場合 } \quad Q = Q(l_u) - \{Q(l_u) - Q(l_d)\} \cdot \frac{(l_u - l_d)}{(l_u + l_d)} \end{array} \right\} \quad (50)$$

ただし、 $Q(l_u), Q(l_d)$ は図—2 および図—5における $\frac{l}{2}$ として $l_u, l_d$ を用いた時の流量である。なお図—9は50式によって算出した値を示してある。なお有限要素法による解の計算は京都大学大型計算機センターのFACOM230—60を使用した。

#### 参考文献

- 1) 最上武雄編著 土質力学 技報堂
- 2) 犬井鉄郎, 柳原二郎著 一般関数論 朝倉書店
- 3) 嶋祐之 堤体下部の浸透流に関する不透水層の影響 土木学会誌(昭26—3)
- 4) 林桂一著, 森口繁一増補 高等函数表(第2版) 岩波書店
- 5) 春日屋伸昌編 新編数値表 学献社
- 6) Zienkiewicz, O. C. and Cheung, Y. K. The finite element method in structural and continuum mechanics McGraw-Hill
- 7) 大地羊三著 電子計算機の手法とその応用 森北出版
- 8) 三本木茂夫, 吉村信敏共著 有限要素法による構造解析プログラム 培風館
- 9) 川本眺万, 駒田広也, 宮口友延 堤体および基礎における浸透流の有限要素解析について 土と基礎(1970—12)
- 10) 永井莊七郎 水理学 コロナ社