

# 軸流型流体機械の最適性能の推定法

— 反動度50%の場合 —

神元 五郎 ・ 大島 貴充

## Estimation of Optimum Performances of Axial Flow Type Fluid Machine

— A Case of Degree of 50 % Reaction —

Goro KAMIMOTO, Takamitsu OHSIMA

### 1. 緒言

軸流型流体機械は反動度によって種々の翼の配列が生ずることは周知のことである。我々は前報<sup>(1)</sup>において、反動度  $r$  が  $0.5 < r < 1.0$  の非対称段の場合の慣用の軸流型流体機械について、自由渦理論のもとに性能推定法の計算を行ない、機械の性能がボス径における揚力係数  $C_{L0}$  とソリディティ  $\sigma_0$  の積  $(C_L \cdot \sigma)_0$  に左右され、機械の性能向上が、 $(C_L \cdot \sigma)_0$  の最大値を求める点にあることを指摘し、与えられた翼列翼型の性能実験値からこの値をきめることを示した。

本報では、主として航空機用のジェット・エンジンに採用されている軸流型圧縮機の、反動度  $r = 0.5$  の場合の対称段について、自由渦理論のもとに性能推定法の計算を行ない、機械の性能が前報同様に  $(C_L \cdot \sigma)_0$  あるいは  $C_{L0}$  によって左右されることを示す。この対称段の場合は前置静翼（与旋回翼）と、一番最後の段の案内羽根のあとに旋回をなくす後置静翼を必要とするため、これらの前後置静翼の影響があるがここではとりあげない。

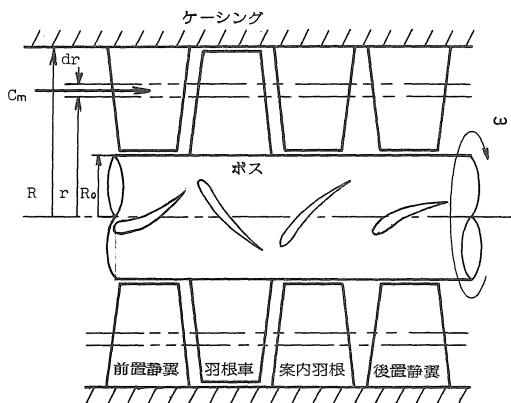


図1. 50%反動度軸流圧縮機の段の断面図

### 2. 全半径一様反動度50%の場合の理論

#### 2・1 全半径一様反動度50%

軸流圧縮機の断面図を図1に示す。実際には多段であるが特徴を示すため一段に前後置静翼をつけたものである。前報と同様に羽根車、案内羽根からなる一段の圧縮機は角速度  $\omega$  で作動し、その外径は  $R$ 、内径は  $R_0$ 、羽根車、案内羽根の羽根の枚数は  $N, N_0$  である。

任意半径  $r$  における羽根車、案内羽根の翼断面の平面への展開図と速度三角形を図2に示す。図2に示す速度三角形と翼素理論による揚力  $dL$ 、抗力  $dD$  から羽根車と案内羽根の部分推力  $dT, dT_0$  は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} dT &= N dL \cos \beta - N dD \sin \beta \\ dT_0 &= N_0 dL_0 \cos \beta_0 - N_0 dD_0 \sin \beta_0 \end{aligned} \right\} (1)$$

ここに

$$\cos \beta = \cos \beta_0 = U/2W = U/2C$$

$$\sin \beta = \sin \beta_0 = C_m/W = C_m/C$$

$$W = C = \sqrt{C_m^2 + (U/2)^2}$$

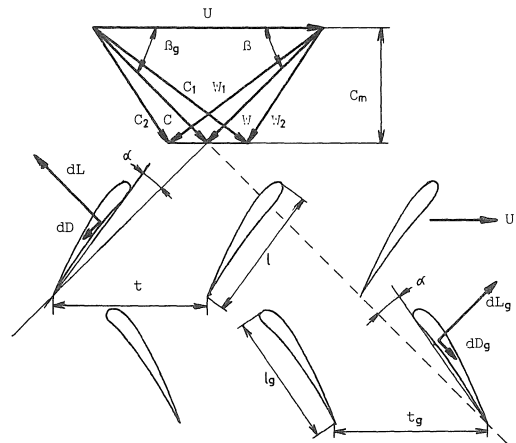


図2. 羽根車、案内羽根の翼断面の展開図と速度三角形

であるから(1)式の  $dT$ ,  $dT_g$  は

$$\left. \begin{aligned} dT &= \frac{1}{2} N \rho \Gamma \omega r dr - \frac{1}{2} N \rho C_d \sqrt{C_m^2 + (U/2)^2} C_m l dr \\ dT_g &= \frac{1}{2} N_g \rho \Gamma_g \omega r dr \\ &\quad - \frac{1}{2} N_g \rho C_{d_g} \sqrt{C_m^2 + (U/2)^2} C_m l_g dr \end{aligned} \right\} (2)$$

となる。 $C_d$ ,  $C_{d_g}$  は羽根車, 案内羽根の抗力係数,  $l$ ,  $l_g$  は翼弦長,  $\rho$  は空気の密度である。ここで,  $N\Gamma = N_g\Gamma_g$ ,  $l = l_g$ ,  $N = N_g$  とすると, 羽根車と案内羽根における部分圧力上昇  $\Delta P$  と  $\Delta P_g$  は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta P &= \frac{dT}{2\pi r dr} = \frac{1}{4\pi} N \rho \Gamma \omega \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} N \rho C_d C_m^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\omega r}{2C_m}\right)^2} \frac{l}{r} \\ \Delta P_g &= \frac{dT_g}{2\pi r dr} = \frac{1}{4\pi} N \rho \Gamma_g \omega \\ &\quad - \frac{1}{4\pi} N \rho C_{d_g} C_m^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\omega r}{2C_m}\right)^2} \frac{l}{r} \end{aligned} \right\} (3)$$

(3)式の右辺において, 第一項に比べて第二項は小さいので省略して, 第一項の  $\Gamma$  を一定とすると半径にかかわらず部分圧力上昇は  $\Delta P$ ,  $\Delta P_g$  となり,  $\Delta P = \Delta P_g$  をうる。従って反動度  $r$  を求めれば

$$r = \frac{\Delta P}{\Delta P + \Delta P_g} = 0.5$$

となり, 半径にかかわらず反動度50%となる。

## 2・2 一段の流体力学的効率 $\eta_h$

羽根車, 案内羽根の推力  $T$ ,  $T_g$  は(2)式より次のように表わされる。

$$\begin{aligned} T &= \int_{R_0}^R dT = \frac{1}{4} \rho N \Gamma \omega (R^2 - R_0^2) \\ &\quad - \frac{1}{2} \rho N C_d C_m^2 l \int_{R_0}^R \sqrt{1 + \left(\frac{\omega r}{2C_m}\right)^2} dr \\ T_g &= \int_{R_0}^R dT_g = \frac{1}{4} \rho N_g \Gamma_g \omega (R^2 - R_0^2) \\ &\quad - \frac{1}{2} \rho N_g C_{d_g} C_m^2 l_g \int_{R_0}^R \sqrt{1 + \left(\frac{\omega r}{2C_m}\right)^2} dr \end{aligned}$$

ここで,  $\mu = \omega R / C_m$ ,  $\mu_0 = \omega R_0 / C_m$ ,  $x = \omega r / 2C_m$  とおくと次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{4} \rho N \Gamma \omega (R^2 - R_0^2) - \frac{1}{\omega} C_d N \rho C_m^3 l \tau_1 \\ T_g &= \frac{1}{4} \rho N_g \Gamma_g \omega (R^2 - R_0^2) - \frac{1}{\omega} C_{d_g} N_g \rho C_m^3 l_g \tau_1 \end{aligned} \right\} (4)$$

ここに  $\tau_1$  は

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \int_{\frac{\mu_0}{2}}^{\frac{\mu}{2}} \sqrt{1+x^2} dx = \frac{1}{8} \left\{ \mu \sqrt{\mu^2+4} - \mu_0 \sqrt{\mu_0^2+4} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{2} \log \frac{\mu + \sqrt{\mu^2+4}}{\mu_0 + \sqrt{\mu_0^2+4}} \end{aligned} \quad (5)$$

である。

次に羽根車のトルク  $M$  を求める。図2より部分回転速度  $du$  は

$$du = \rho N \Gamma C_m dr + \frac{1}{2} \rho N C_d \omega l \sqrt{C_m^2 + \left(\frac{U}{2}\right)^2} r dr$$

よって, トルク  $M$  は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} M &= \int_{R_0}^R r du = \frac{1}{2} \rho N \Gamma C_m (R^2 - R_0^2) \\ &\quad + \frac{4}{\omega^2} C_d N \rho l C_m^2 \tau_2 \end{aligned} \quad (6)$$

ここに  $\tau_2$  は

$$\begin{aligned} \tau_2 &= \int_{\frac{\mu_0}{2}}^{\frac{\mu}{2}} x^2 \sqrt{1+x^2} dx = \frac{1}{64} \left\{ (\mu^3 + 2\mu) \sqrt{\mu^2+4} \right. \\ &\quad \left. - (\mu_0^3 + 2\mu_0 \sqrt{\mu_0^2+4}) \right\} - \frac{1}{8} \log \frac{\mu + \sqrt{\mu^2+4}}{\mu_0 + \sqrt{\mu_0^2+4}} \end{aligned} \quad (7)$$

である。

従って, 流体力学的効率  $\eta_h$  は次式によって求まる。

$$\eta_h = \frac{(T + T_g) C_m}{M \omega} = \frac{1 - 4C_d \left(\frac{C_m l}{\Gamma}\right) \frac{\tau_1}{\mu^2 - \mu_0^2}}{1 + 8C_d \left(\frac{C_m l}{\Gamma}\right) \frac{\tau_2}{\mu^2 - \mu_0^2}} \quad (8)$$

(8)式において

$$C_d \left(\frac{C_m l}{\Gamma}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{C_d}{C_L}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_0}{2}\right)^2}} = \frac{1}{2} \varepsilon \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu_0}{2}\right)^2}}$$

である。 $\eta_h$  は(8)式より  $\varepsilon$  が最小のとき最大となる。循環  $\Gamma$  が一定であるから揚力係数  $C_L$  はボス径において最大となり, 揚抗比  $\varepsilon$  は最小値となる。従って, ボス径における揚抗比  $\varepsilon_0 = (C_d / C_L)$  を(8)式に代入すれば効率の式は次のようになる。

$$\eta_h = \frac{1 - 8\varepsilon_0 \frac{1}{\sqrt{1 + (\mu_0/2)^2}} \frac{\tau_1}{\mu^2 - \mu_0^2}}{1 + 16\varepsilon_0 \frac{1}{\sqrt{1 + (\mu_0/2)^2}} \frac{\tau_2}{\mu^2 - \mu_0^2}} = \eta_h(\varepsilon_0, \mu, \mu_0) \quad (9)$$

## 2・3 圧力係数 $\psi$

圧力係数  $\psi$  は次の如く定義する。いま一段の圧力上昇について

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{T + T_g}{\pi (R^2 - R_0^2)} \bigg/ \frac{\rho}{2} U^2 \\ &= \frac{N}{2} (C_L \sigma)_0 \frac{t_0}{R} \left[ \frac{\sqrt{1 + (\mu_0/2)^2}}{\mu} - 8\varepsilon_0 \frac{\tau_1}{\mu^3 (1 - \nu^2)} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

である。

ここで,  $\sigma = l / t_0$ ,  $t_0 = 2\pi R_0 / N$  であるから

$$\begin{aligned} \psi &= \pi (C_L \sigma)_0 \nu \left[ \frac{\sqrt{1 + (\mu_0/2)^2}}{\mu} - 8\varepsilon_0 \frac{\tau_1}{\mu^3 (1 - \nu^2)} \right] \\ &= \psi((C_L \sigma)_0, \mu, \mu_0, \varepsilon_0) \end{aligned} \quad (11)$$

となる。

3. 数値計算例

$\epsilon_0 = 0.02$ ,  $(C_{L\sigma})_0 = 1$  とし, ボス比  $\nu = 0.9, 0.8, 0.7, 0.6$  のもとに計算を行ない, 効率  $\eta_h$  と圧力係数を流量係数  $\phi (= 1/\mu)$  に対して表わした。

図3は流体力学的効率と流量係数との関係を示す。効率最大の位置は  $\phi$  の0.6~0.7の間にあるが, ボス比が大きくなるにしたがい,  $\phi$  の大きい方へ移動する。このとき, 流入角  $\beta$  は約52度くらいである。

図4は圧力係数と流量係数との関係を示す。 $\phi$  の増加とともに  $\psi$  はほとんど直線に近い状態で増加する。前報<sup>(1)</sup>の結果と比較すると,  $\psi$  は約2倍に増加している。

図5は流体力学的効率と圧力係数との関係を示す。50%の反動度の圧縮機は大きな圧力比をうることができるが, 効率のてんから制限をうける。ボス比の大きなものほど効率の高い範囲がひろく, 圧力係数の選択に余があることがわかる。

4. 結論

50%反動度の流体機械の場合も, 効率の式は(9)式であきらかなように,  $\epsilon_0(C_{L\sigma}), \mu, \mu_0$  で, 圧力係数の式は(11)式からあきらかなように  $(C_{L\sigma})_0, \epsilon_0, \mu, \mu_0$  であらわすことができ, 反動度  $r$  が  $0.5 < r < 1.0$  の慣用の軸流型流体機械と同様に, 機械の性能向上が  $C_{L\sigma}, (C_{L\sigma})_0$  の最大値を求めることになり, 翼列翼型の性能実験値からこの値をみつけだすことになる。

この報告における数値計算の遂行にあたっては, 卒研究生, 松井修, 水谷充, 中村金行, 富井伸明君らの御協力を得たことを付記し, ここに謝意を表わす。

参考文献

- (1) 神元五郎 大島貴充, 軸流型流体機械の最適性能の推定法, 愛知工業大学 “研究報告” No. 13. (1978)

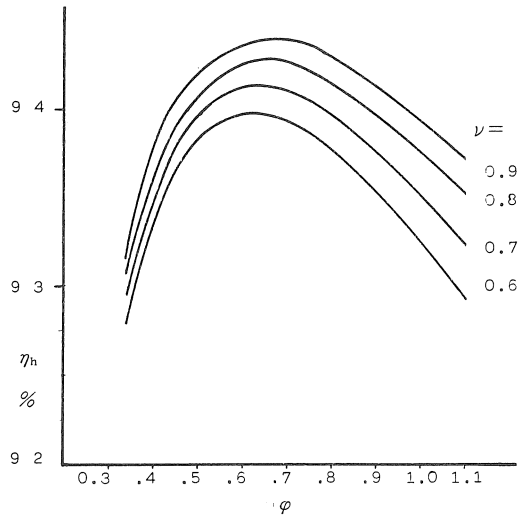


図3. 流体力学的効率と流量係数との関係

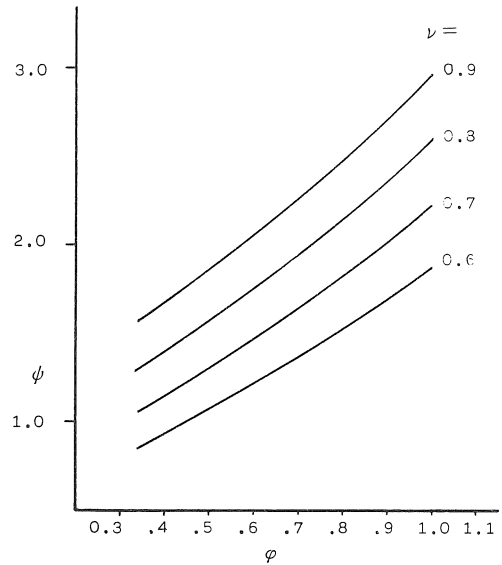


図4. 圧力係数と流量係数との関係

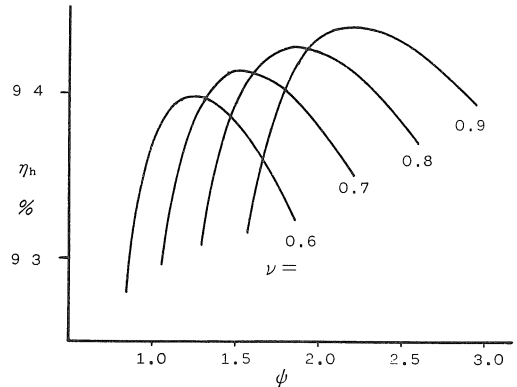


図5. 流体力学的効率と圧力係数との関係