

供試体寸法の異なるコンクリート角柱供試体の  
一軸圧縮応力-ひずみ曲線の表示式

小池 狭千朗

Size Effect on Expression  
for Stress-Strain Curves of Concrete Prisms  
under Uniaxial Compressive Load

Sachio KOIKE

This study examined the probability distribution and size effect of compressive strength and the inelastic stress-strain curves of concrete prisms up to a large compressive strain. Compressive strength and the inelastic stress-strain behaviors are examined in terms of the size of specimen. These specimens are examined by using a stiff compressive testing machine.

The purpose of this study is to propose the probability distributions of concrete strength and mathematical expressions of the inelastic stress-strain curves of concrete prisms.

1. まえがき

曲げとせん断を受ける RC ばりの強度や変形性状は、  
供試体の寸法の相違の影響を大きく受けることはよく知

られている。一方、純曲げを受ける RC 単純ばりの曲げ強度  
や曲げ塑性変形挙動についても、供試体寸法の相違に  
よる影響を受けることが筆者らの実験によって確かめら  
れている<sup>1)</sup>。図-1 は粗骨材の最大粒径が15mm と25mm

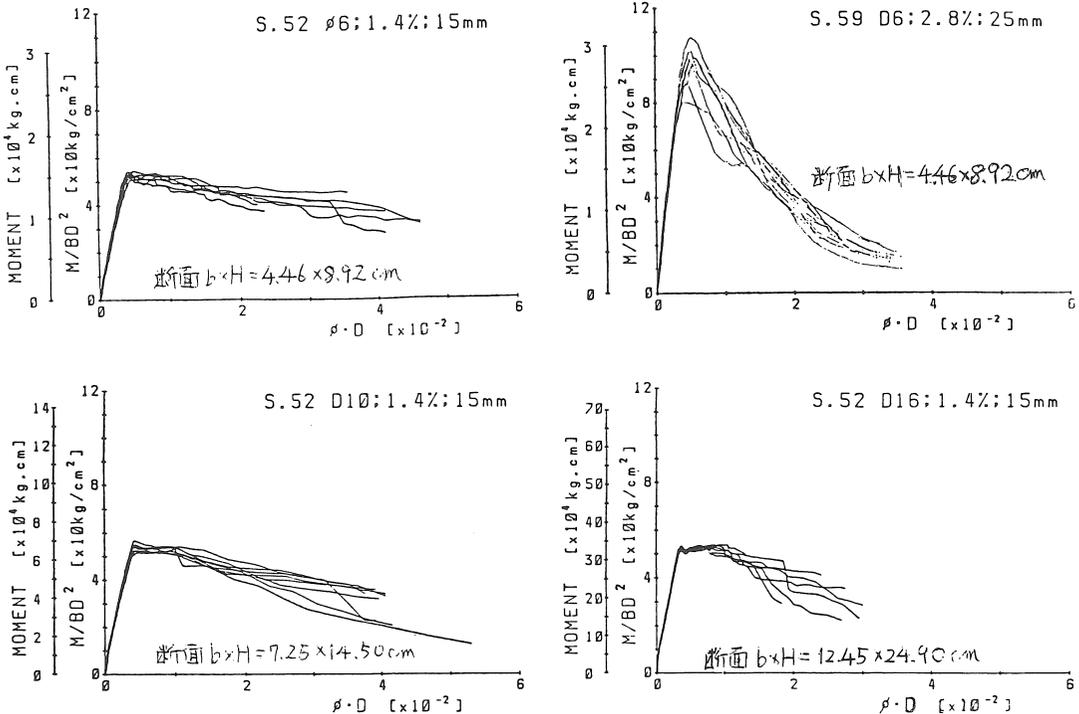


図-1 RCばりのモーメント-曲率関係に及ぼす供試体寸法の影響とモーメント-曲率曲線のばらつき  
(Pt=1.40%および2.80%, コンクリート中の骨材の最大粒径は15mmおよび25mm)



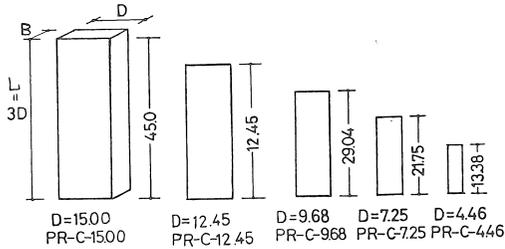


図-4 角柱供試体の形状と寸法

法の相違を取りあげた。横打ち角柱供試体(PR-Cシリーズと名付ける)の寸法は、高さHと幅D(正方形断面のもう一边はBとする)の比H/Dが3で、Dの値は4.46, 7.25, 9.68, 12.45および15.0cmの5種類とした。実験結果の一部にはD=5.55cmのものも記入されているが、ここでは5.55cmシリーズのもの説明は省略する。供試体の個数は各シリーズとも各15個、合計75個とした。

縦打ち円柱供試体(直径7.5, 10.0および15.0cm)についても、各シリーズとも各30個ずつ打込み、実験を行っているが、ここでは省略する。図-4に実験に用いた供試体の形状・寸法を示す。

2.2 コンクリート

コンクリートには、天竜川産の川砂と川砂利を使用した。使用コンクリートは、最大粒径25mmの骨材からなる多粒径骨材を用いて、水セメント比60%のものを使用した。表-2に使用骨材の物理的性質を示す。表-3にはコンクリートの調査表を示す。使用コンクリートのスランプは15cmのものを使用した。角柱供試体は、加圧面に当る部分に平滑な鉄板を当て、その他の部分は合板で作製し、横方向にコンクリートを打込んだ。供試体は材令4週まで室温20±2℃、湿度60%の養生室で養生し、その後、実験室内に2週間置いた(空中養生)のち、名古屋大学へ運び、試験に供した。

表-2 骨材の物理的性質

骨材種別	骨材粒径 (mm)	絶乾比重	表乾比重	吸水量 (%)	粗粒率
粗骨材	25~5	2.62	2.64	0.91	6.67
細骨材	2.5以下	2.61	2.63	1.18	2.54

表-3 コンクリートの調査

水セメント比 (%)	単位水量 (kg)	セメント (kg)	砂 (kg)	砂利 (kg)	細骨材率 (o/vl)	設計スランプ (cm)
60	185	308	646	1204	35	15

2.3 載荷とひずみの計測

圧縮強度試験には、名古屋大学の高剛性試験機を使用し、変位速度制御で一軸圧縮試験を実施した。供試体の加工面には、供試体の寸法と同じ寸法の載荷板を使用し、試験機との間に球座を介して試験を実施した。図-5に角柱供試体のひずみの測定方法を示す。軸方向の圧縮ひずみの測定長は、供試体の一边の幅Dの2倍とし、供試体に鋼製枠を介して取り付けられた2個のひずみゲージ式変位変換器を使用し、動ひずみ計を介してX-Yレコーダー

に記録した。ひずみはひずみ量が約 $10 \times 10^{-3}$ に至るまで載荷し、ひずみを計測した。載荷時のひずみ速度は $0.17 \times 10^{-3} \times h/mm$  (h:測定長, 単位mm)とした。

3. 実験結果および考察

表-4に実験結果のうち、圧縮強度の平均値 Ave., 標準偏差 Sd., 変動係数 Cv. および圧縮強度の統計処理結果の一例を示す。表中の Core. Coeff. は相関係数を示す。ワイブル分布覧の P は破壊確率を示し、 $LN(-LN(1-P))$  はワイブル確率紙の縦座標軸の値を示す。同じ覧の中の式の中の X は横座標軸を示し、強度 (Fc) の対数 (log) を取ったものである。この式はコンクリート強度のばらつきをワイブル確率紙上にプロットし、最小二乗法で求めた一次回帰式である。

$$LN(-LN(1-P)) = 7.85 \log(Fc) - 42.34 \quad (\text{例})$$

対数正規分布および正規分布の覧の  $\mu$  および  $\sigma$  は、各確率紙上にプロットしたデータの一次回帰式から求めた確率分布のパラメータで、 $\mu$  は分布の中央値を、 $\sigma$  は各分布

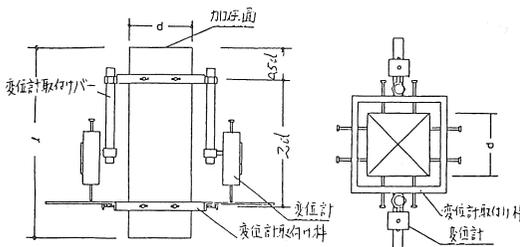


図-5 角柱供試体のひずみの測定方法

表-4 実験結果 (圧縮強度の確率分布)

水セメント化 (%)	Notation of specimen	No. of specimen	Size of spe.		Prism compr. Strength			Weibull dist.		Lognormal dist.			Normal dist.		
			Width (cm)	Length (cm)	Ave. kg/cm <sup>2</sup>	Sd. kg/cm <sup>2</sup>	Cv. (%)	Core. Coeff.	LN (-LN(1-P))	Core. Coeff.	$\mu$	$\sigma$	Core. Coeff.	$\mu$	$\sigma$
60	PR-C-4.46	15	4.46	13.38	208	25.3	12.0	.990	7.85X-42.34	-.997	5.33	.155	-.997	208.7	32.25
	PR-C-7.25	15	7.25	21.75	269	25.8	9.6	.956	10.86X-61.27	-.975	5.59	.113	-.972	269.4	30.81
	PR-C-9.68	15	9.68	29.04	282	20.3	7.2	.956	41.19X-80.56	-.975	5.64	.087	-.974	282.2	24.5
	PR-C-12.45	15	12.5	37.5	318	21.3	6.7	.917	15.47X-80.56	-.952	5.76	.078	-.951	318.7	25.27
	PR-C-15.00	15	15.0	45.0	283	15.9	5.0	.981	2.33X-126.58	-.989	5.65	.055	-.985	283.7	15.83

P:破壊確率, Sd:標準偏差, Cv:変動係数,  $\mu, \sigma$ :正規分布および対数正規分布のパラメータ

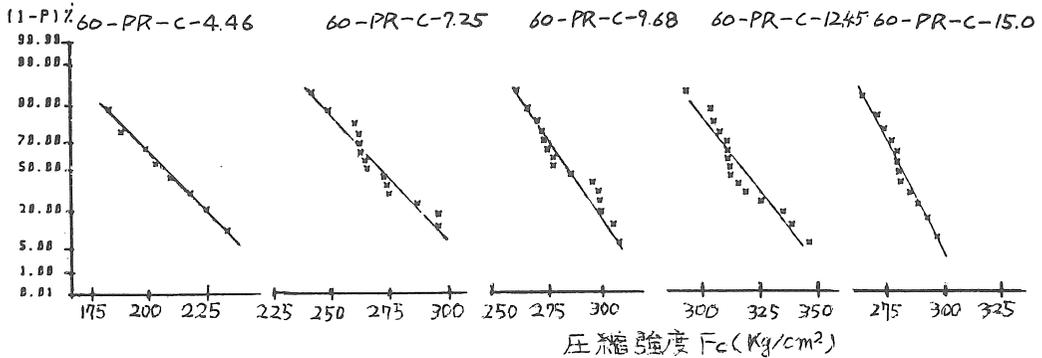


図-6 正規確率紙にプロットした角柱供試体の圧縮強度の確率分布

の標準偏差である。角柱供試体の圧縮強度のばらつきは、供試体の寸法が小さくなるほど大きくなることをよく示している。

3. 1 圧縮強度の確率分布

図-6 に圧縮強度を正規確率紙上にプロットした結果を示す。図中の直線は1次回帰式で、その相関係数と回帰式を表-4 に示す。図中の破壊確率Pは、 $P=n/(N+1)$ , n:小さい方からn番目の強度, N:そのシリーズの供試体の総個数(強度の得られたものの総個数)から求めた。寸法の異なるいずれのシリーズとも、1次回帰式の相関係数は0.95以上を示しており、構造解析上は強度の確率分布を正規分布と見なしても、今回の実験の範囲内ではあまり大きな相違はないものと考えられる。前述したように、各確率分布の勾配は、供試体の寸法が大きくなるほど立ちあがっており、寸法が大きくなるにつれて強度のばらつきが小さくなることを示している。

3. 2 強度の寸法効果

図-7 に角柱供試体の圧縮強度の平均値 prFc と供試体の寸法S (SはDと同じ、以下、供試体寸法をSと呼称する)との関係を示す。圧縮強度は供試体寸法Sが9.68 cmと12.45cmの間で最大値を示し、これより寸法Sが大きくなるにつれて、やや強度が減少していく。一方、

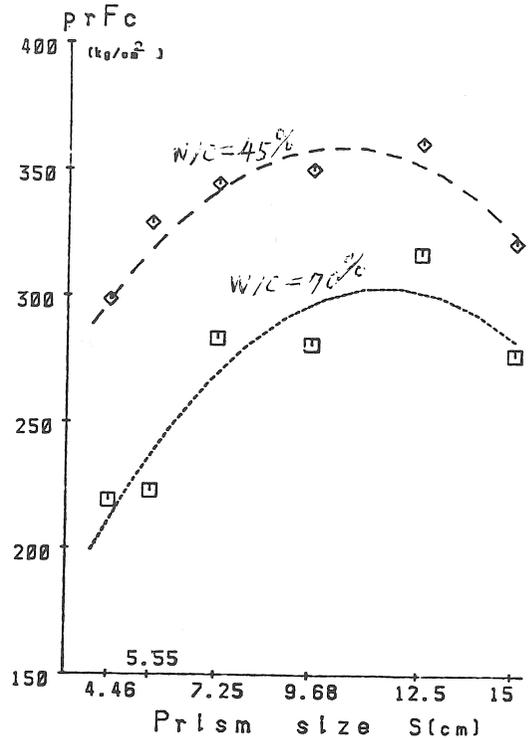


図-7 角柱供試体の圧縮強度の平均値 prFc と供試体の寸法Sとの関係 (w/c=60%  $F_c = -1.812 \cdot S^2 + 41.98 \cdot S + 60.37$ )

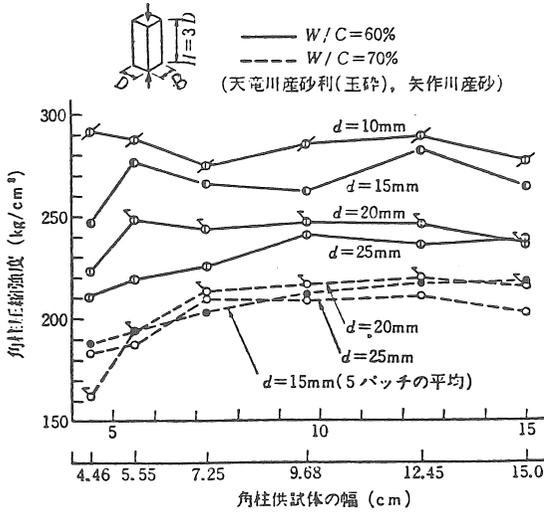


図-8 角柱供試体の圧縮強度に及ぼす供試体寸法と骨材粒径との関係の一例

Sがこれよりも小さくなるにつれて、強度は急激に減少しており、強度の減少率が大きい。図-7中には、水セメント比45%の別の実験結果もプロットしてあるが、60%の結果と同様の傾向を示している。図-8は筆者らがコンクリート中の骨材の最大粒径や水セメント比をかえて行った供試体寸法の異なる角柱供試体の圧縮強度試験の結果（アムスラー型試験機による圧縮強度試験を実施したものである<sup>9)</sup>。骨材粒径の大きなコンクリートでは、図-7の結果と同じような傾向を示している。図-7に示す水セメント比60%の強度の実験結果には、かなり大きなばらつきが見られるが、図-8に示す既往の実験結果を参考にして、以降の解析では、強度と寸法Sとの関係を2次の回帰式で表示する。この回帰式（今回の実験結果）を下式に示す。

$$prFc = -1.812 \cdot S^2 + 41.98 \cdot S + 60.37 \quad \dots\dots(1)$$

### 3.3 応力-ひずみ曲線

図-9に角柱供試体の応力-ひずみ曲線の実験結果とその平均曲線を示す。供試体寸法の小さな供試体ほど、応力-ひずみ曲線のばらつきが大きいことを図は示している。木製型枠を使用し、端面のみ鉄板を当てて供試体を作成したため、供試体の上下の端面の平行度のやや悪い供試体も含まれていると考えられる。これらの影響は供試体の寸法の小さいものほど大きいと考えられるため、小供試体、とくに60-PR-C-4.46シリーズでは、非常に大きくばらついたものと考えられる。この影響は供試体の寸法が大きくなるほど、少なくなっている。目下、鋼製型枠を新たに作成し、新たな実験を実施しているため、今後、これらの欠点については修正していく予定で

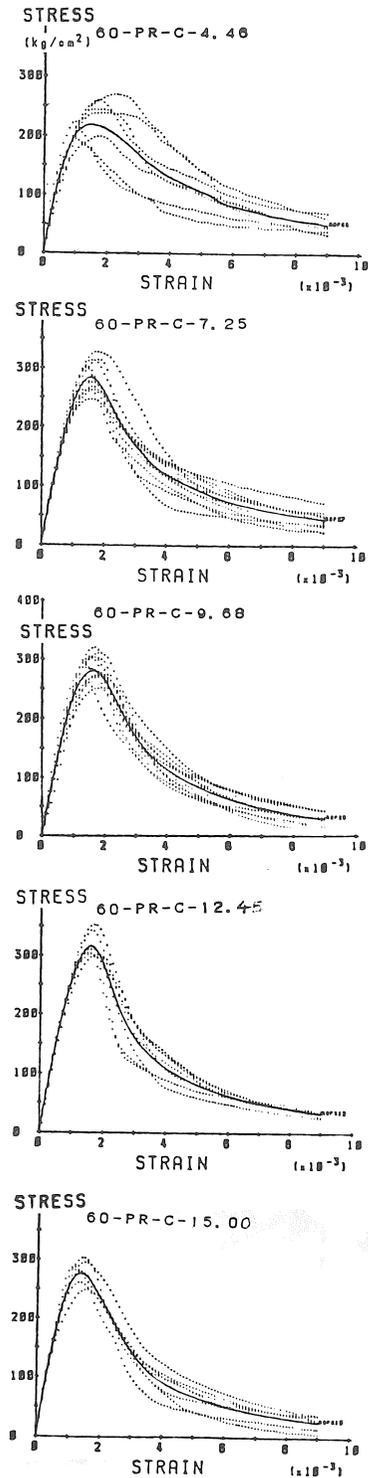


図-9 角柱供試体の応力-ひずみ曲線の実験結果とその平均曲線

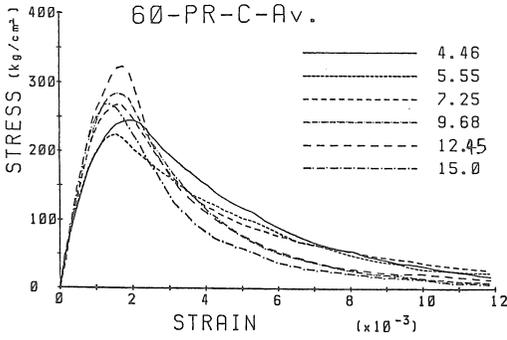


図-10 w/c=60%の角柱供試体の応力-ひずみ曲線の平均値の比較

ある。

図-10に角柱供試体の応力-ひずみ曲線の平均値を供試体寸法別に示す。図-7に示したように、圧縮強度の平均値と寸法Sとの関係にばらつきが見られる影響がここにも現われているが、一般に、コンクリート強度の高いものや、供試体寸法の大きなものの方が、塑性変形挙動はぜい性的で、耐力は急激に減少する。供試体寸法が小さくなるにつれて、圧縮強度が低くなり、一方、最大応力に達した以降の応力-ひずみ曲線の低下はゆるやかで、延性的な傾向が強くなる傾向を示している。

4. 応力-ひずみ曲線の定量化

4.1 応力上昇域の応力-ひずみ曲線の表示式

コンクリートの応力上昇域の応力-ひずみ関係についても供試体寸法の相違の影響が見られるが、これらの定量化については、後日、検討し報告する予定である。今回の表示式では、コンクリートの応力-上昇域の応力-ひずみ関係は、Popovicsの提案した<sup>9)</sup>(2)式を使用する。

$$\bar{S} = n_a \cdot E / (n_a - 1 + E^{n_a}) \dots\dots\dots(2)$$

ここに、  $\bar{S} = \sigma / F_c$ ,  $E = \epsilon / \epsilon_0$

$$n_a = 1 + a(F_c/100)^b$$

$$a = 0.57, b = 1.0$$

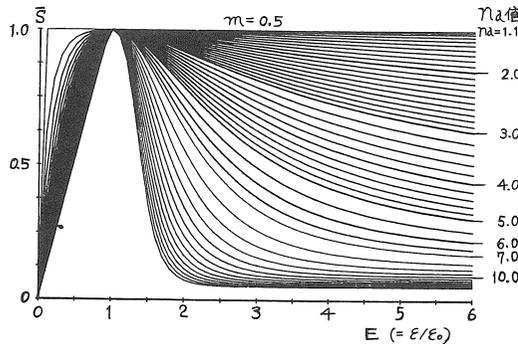


図-11 (3)式でn<sub>a</sub>値を変化させた場合のσ-ε曲線の無次元化 ( $\bar{S}$ -E関係) の変化の一例

σはコンクリートの応力、εはコンクリートのひずみ、F<sub>c</sub>はコンクリートの圧縮強度およびε<sub>0</sub>は圧縮強度時のひずみである。a、bは実験定数で、Popovicsはa=0.57、b=1.0の値を与えている。

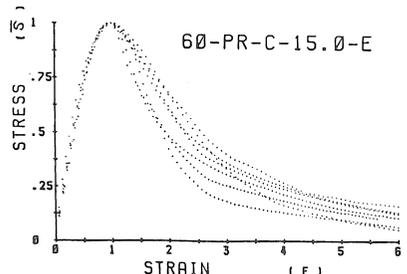
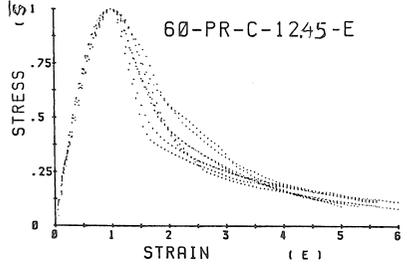
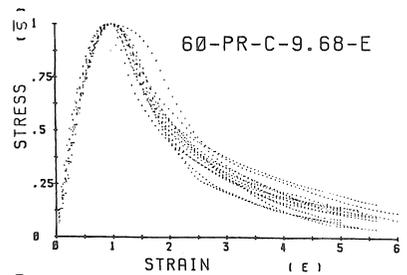
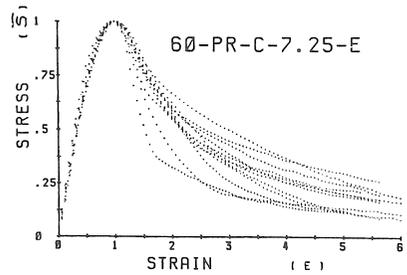
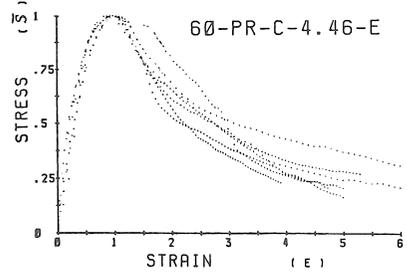


図-12 角柱供試体の応力-ひずみ曲線の無次元表示 ( $\bar{S} = \sigma / F_c$ ,  $E = \epsilon / \epsilon_0$ )

4. 2 応力下降域の応力-ひずみ関係の定量化

コンクリートの応力下降域の応力-ひずみ関係の形状は、谷川・畑中らの提案した(3)式の実験定数  $m$  および  $n_d$  の値を、今回の実験結果に合わせて定量化する方法をとった。谷川・畑中らの提案式<sup>7)</sup>を以下に示す。

$$\bar{S} = \frac{1}{n_d} + (n_d - 1) \cdot X / (n_d - 1 + X^{n_d}) \dots\dots\dots(3)$$

ここに、

$$\bar{S} = \sigma / F_c, \quad X = E^m, \quad E = \varepsilon / \varepsilon_0$$

$m, n_d$  : 実験定数

$$n_d = 1 + a(F_c/100)^b \dots\dots\dots(4)$$

$a, b$  : 実験定数

図-11は、(3)式および(4)式を用いて、 $\bar{S}$  と  $E$  との関係を探ったもので、 $m=0.5$ の場合の各  $n_d$  値に対する  $\bar{S}$  と  $E$  との関係の変化を図示したものである。これらの図と実験結果の図の曲線を比べて、定数  $m$  と  $n_d$  の値を求める。

図-12は、今回の応力-ひずみ曲線の実験結果を各供試体の圧縮強度  $F_c$  と圧縮強度時のひずみ  $\varepsilon_0$  で無次元化 ( $\bar{S} = \sigma / F_c, E = \varepsilon / \varepsilon_0$ ) 表示したものである。無次元化表示した応力-ひずみ曲線の下降域の形状は、かなり大きなばらつきを示している。図-13は図-12に示す供試体寸法の異なる各実験シリーズの  $\bar{S}-E$  曲線の平均値を表示したものである。これらの平均曲線と一致する(3)式と(4)式の係数  $m$  と  $n_d$  の値を求め、次いで、 $m$  と  $n_d$  の値に及ぼす供試体寸法の影響を考察すれば、供試体寸法の影響を加味した表示式を定量化することができる。

供試体寸法  $S$  の相違がコンクリート強度に及ぼす影響は図-7に示されており、これらの関係は供試体の寸法  $S$  に関する2次の回帰式で、(4)式のように表示される。以下、(1)式中の  $prF_c$  は  $F_c$  と書き直したものを使用する。

$$F_c = -1.812 \cdot S^2 + 41.98 \cdot S + 60.37 \dots\dots\dots(1)$$

図-14に角柱供試体の平均圧縮強度  $F_c$  と圧縮強度時のひずみ  $\varepsilon_0$  との関係を示す。図中のデータは、今回の実

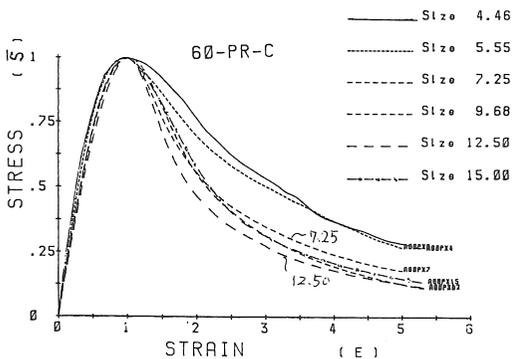


図-13  $w/c=60\%$ の角柱供試体の応力-ひずみ曲線の平均値の無次元化 ( $\bar{S}-E$  関係)  $\bar{S} = \sigma / F_c, E = \varepsilon / \varepsilon_0$

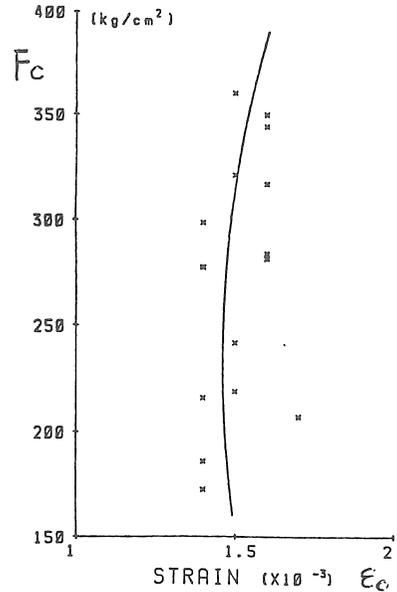


図-14 角柱供試体の平均圧縮強度  $F_c$  と圧縮強度時のひずみ  $\varepsilon_0$  との関係

$$\varepsilon_0 = 0.5746 \times 10^{-5} \cdot F_c^2 - 0.2668 \cdot F_c + 1.7708 \dots\dots\dots(8)$$

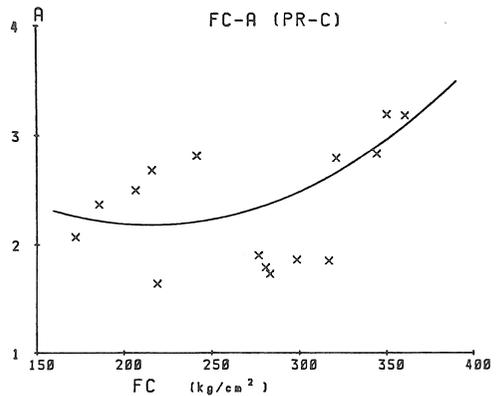


図-15 角柱供試体の  $A$  の値と  $F_c$  との関係 ( $b=1.0$ )

$$A = 0.404 \times 10^{-4} \cdot F_c^2 - 0.188 \times 10^{-1} \cdot F_c + 4.200 \dots\dots\dots(7)$$

実験結果のほかに、筆者らが行った既報の実験結果の値もプロットしたものである。図-14に示す曲線は、これらのデータを  $F_c$  と  $\varepsilon_0$  の関係について、 $\varepsilon_0$  を  $F_c$  の2次式で回帰した回帰曲線である。この2次式を下式に示す。

$$\varepsilon_0 = 0.5746 \times 10^{-5} \cdot F_c^2 - 0.2668 \cdot F_c + 1.7708 \dots\dots(8)$$

図-13に示した実験結果に最もよく一致する(3)式および(4)式中の実験定数  $m$  および  $b$  の値は  $m=0.5$  ( $b$  は1.0とした)であった。谷川・畑中らは、 $n_d$  の値として、(4)式を提案している。(4)式中の実験定数  $a$  は、今回の実験では圧縮強度  $F_c$  により図-15に示すように変化すること

を示した。a の値を定数ではなく、 $F_c$  の関数 A と置きかえるため、まず、(4)式を(6)式のように書きかえた。

$$n_d = 1 + A(F_c/100)^b \dots\dots\dots(6)$$

ただし、 $A = f(F_c)$

図-13の結果とよく一致する(3)式および(4)式中の  $n_d$  値を求め、(6)式中の  $b$  を  $b=1.0$  として、 $A$  の値を求めたものが図-15である。図-15の曲線は  $A$  の値を  $F_c$  の2次式で回帰した曲線である。 $A$  の値は  $F_c$  によって変化することを示している。この2次曲線を下式に示す。

$$A = 0.434 \times 10^{-4} \cdot F_c^2 - 0.188 \times 10^{-1} \cdot F_c + 4.2 \dots(7)$$

4. 3 応力-ひずみ曲線の表示

コンクリートの応力-ひずみ曲線は、以下のようにして求める。すなわち、まず、 $m=0.5$ 、 $b=1.0$  として、(1)式から、表示式の必要な供試体の寸法  $S$  に対するコンクリートの圧縮強度  $F_c$  を求め、次いで、(5)式の  $\epsilon_0$  と  $F_c$  の関係から、 $F_c$  に対応する  $\epsilon_0$  を求め、また、(7)式の  $A$  と  $F_c$  との関係から  $A$  の値を求める。次に、(6)式の  $n_d$  と  $A$  の関係から、 $b=1.0$  として、 $n_d$  の値を求める。最後に、(3)式の  $\bar{S}$  と  $n_d$  および  $X$  の関係から、 $\bar{S}$  と  $X$  の関係を求め、これ

に  $F_c$  と  $\epsilon_0$  を代入して  $\sigma$  と  $\epsilon$  の関係を求める。図-16はこのようにして求めた応力-ひずみ曲線である。図-10に示す実験結果に比べると、図-16の表示曲線は供試体の寸法  $S$  が  $S > 9.68\text{cm}$  の範囲では、やや延性的すぎ、耐力の低下の少ない表示式となっており、もう少しぜい性的にする必要がある。すなわち、図-10では、 $S > 9.68\text{cm}$  の供試体では、下降域では寸法  $S$  が大きくなるほど強度の低下が大きく、ぜい性的な性状を示している。

図-17はこれらの欠点を改善するために、 $m=0.5$  とし、 $b$  の値は  $b=S/10$ 、すなわち、供試体の寸法  $S$  をパラメータとして、 $b$  の値を求め、(1)式、(5)式、(7)式、(6)式および(3)式から求めた応力-ひずみ曲線である。供試体寸法の大きな供試体では、実験値を比較的良好に表示するが、供試体寸法  $S$  が  $10\text{cm}$  よりも小さい供試体では、延性的すぎる性状を示し、応力下降域での耐力低下が少なすぎる傾向を示す。したがって、 $b=S/10$  の値は表示式としては好ましくない式であると考えられる。

図-18は供試体の寸法  $S$  が  $S > 9.68\text{cm}$  の範囲の供試体に対しては、 $b=1.5$  とし、 $S \leq 9.68\text{cm}$  の範囲の供試体に対しては、 $b=1.0$  として、(1)式、(5)式、(7)式、(6)式および(3)式から求めた応力-ひずみ曲線である。寸法  $S$  が  $S > 9.68\text{cm}$  の範囲にある供試体寸法を持つ供試体のぜい性的な性状を比較的良好に表示している。

図-19は角柱供試体の応力-ひずみ曲線の実験値と計算値(図-18)を吸収エネルギーについて比較したものである。実験値と計算値は、ひずみが  $5000 \times 10^{-6}$  までは比較的良好に一致している。

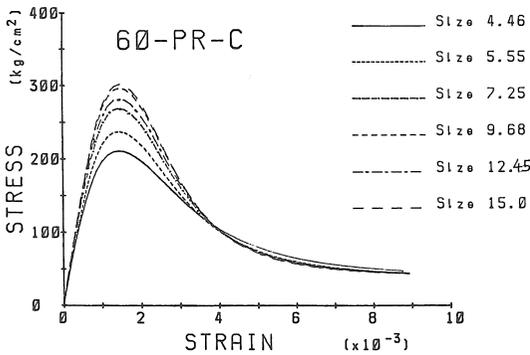


図-16  $m=0.5$ 、 $b=1.0$  とし(1)式、(5)式、(7)式、(6)式および(3)式から求める  $w/c=60\%$  の角柱供試体の  $\sigma-\epsilon$  曲線

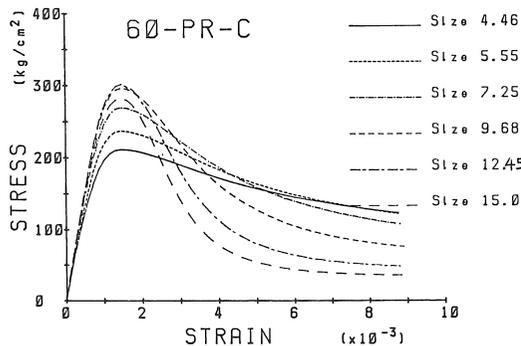


図-17  $m=0.5$ 、 $b=S/10$  とし、(1)式、(5)式、(7)式、(6)式および(3)式から求められる  $w/c=60\%$  の角柱供試体の  $\sigma-\epsilon$  曲線

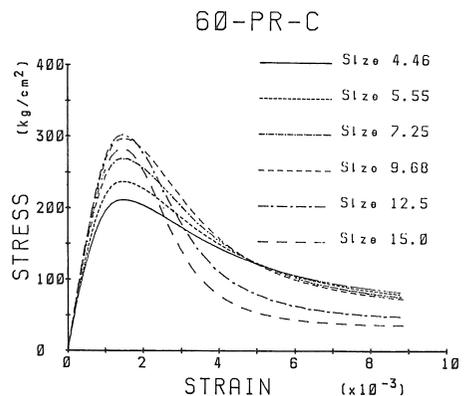
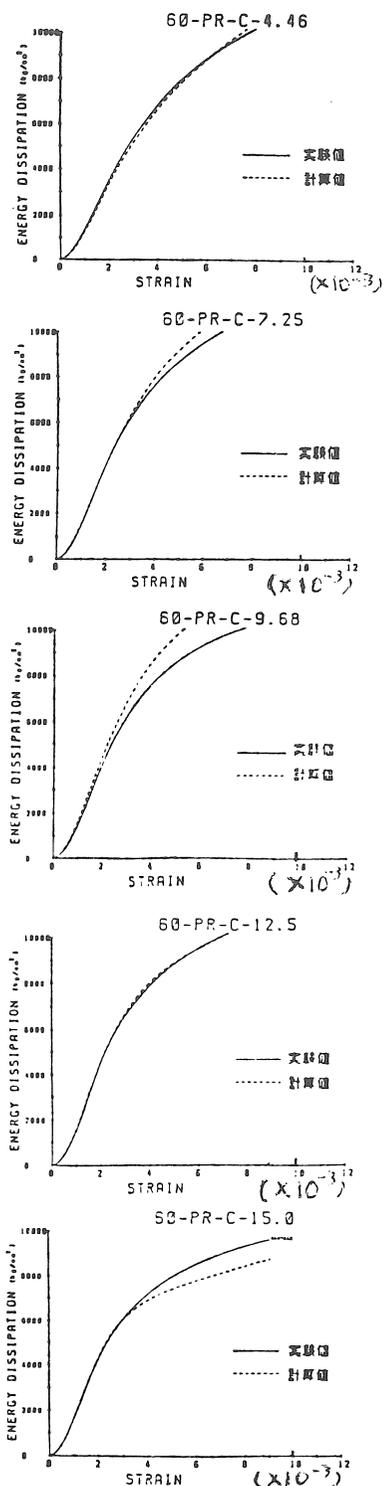


図-18  $w/c=60\%$  の角柱供試体の  $\sigma-\epsilon$  曲線の表示式 ( $m=0.5$ 、 $S > 0.68$  では  $b=1.5$ 、 $S \leq 9.68$  では  $b=1.0$  として、(1)式、(5)式、(7)式、(6)式および(3)式から求められる  $\sigma-\epsilon$  曲線)



図一十九 角柱供試体の応力-ひずみ曲線の実験値と計算値との吸収エネルギー量の比較

### 5. むすび

供試体寸法の異なる横打ちコンクリート角柱供試体の一軸圧縮強度試験を実施し、高ひずみ領域までを含めた応力-ひずみ曲線を求め、これらの実験曲線の定量化を行い、応力-ひずみ曲線の表示式を求めた。実験結果並びに応力-ひずみ曲線の表示式について、次のような結論を得た。

- (1) 圧縮強度の確率分布は、構造解析を行う場合には、正規分布と見なしても、今回の実験の範囲内ではあまり大きな誤差を与えないものと考えられる。
- (2) 強度の確率分布の勾配は、供試体の寸法が大きなものほど立ちあがっており、寸法の大きな供試体ほど強度のばらつきが小さい。
- (3) 圧縮強度は供試体寸法  $S$  が 9.68cm と 12.45cm の間で最大値を示し、これより寸法  $S$  が大きくなると強度はやや減少する。一方、寸法  $S$  が 9.68cm より小さくなると強度は急激に減少する傾向を示す。圧縮強度  $F_c$  と寸法  $S$  との関係を示す上に凸な 2 次曲線で表示した。
- (4) 応力-ひずみ曲線の表示式は、応力上昇域は Popovics の提案した(2)式を使用する。応力下降域の応力-ひずみ曲線の形状は谷川・畑中らの提案した(3)式の実験定数  $m$  および  $n_d$  の値を定量化し、 $m=0.5$  とし、 $n_d$  の値を定める。(6)式中の  $b$  の値は、 $S > 9.68\text{cm}$  の範囲の供試体では  $b=1.5$ 、 $S \leq 9.68\text{cm}$  の範囲の供試体では  $b=1.0$  とし、(1)式、(5)式、(7)式、(6)式および(3)式から求めた応力-ひずみ曲線が最もよく実験結果を表示した。

今回の実験では、強度のばらつきや応力-ひずみ曲線のばらつきの大きな供試体シリーズも見られた。これらの原因の 1 つは、型枠の精度と設計の関係から、供試体の上下の端面の平行度が悪く、偏心圧縮の影響が入ってしまった供試体もあるためと考えられる。目下、新たな鋼製型枠を作製し、寸法精度のきわめてよい供試体による実験を実施中であるため、これらの問題点については改めて検討し、報告する予定である。

### 〔謝辞〕

本実験に際し、高剛性試験機を使用させていただきました名古屋大学・小阪義夫教授、山田和夫助手および畑中重光君（日本学術振興会特別研究員）に深謝いたします。

### 〔参考文献〕

- 1) S. Koike: Proceeding of the Twenty-third Japan Congress on Materials Research, Mar. 1980, pp.

- 255-262.
- 2) 加藤・坂口・塩見, 愛知工業大学工学部建築学科卒業研究, 昭61年2月.
  - 3) 池崎・高見, 愛知工業大学工学部建築学科卒業研究, 昭59年2月.
  - 4) 小池・加藤, 愛知工業大学研究報告, No.17 (1982), pp.187-196.
  - 5) 小池, コンクリート工学, Vol.21, No.6, 昭58年6月, p.65.
  - 6) 小阪・森田, 鉄筋コンクリート構造, 丸善, 昭50年, p.21.
  - 7) 谷川・畑中, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), 昭59年9月, pp.107-108.
  - 8) 坂東, 愛知工業大学修士論文, 昭60年2月.

(受理 昭和61年1月25日)